

최석정 선생, 오일러를 최소 61년 앞서 직교라틴방진을 만들다

송홍엽 (연세대학교 전기전자공학부)

1. 시작하면서

정수론의 기초를 처음 수강하던 학생 시절에, ‘중국인의 나머지 정리(Chinese Remainder Theorem)’를 접한 기억이 생생하다. 왜 하필이면 ‘중국인의 정리’라고 부를까. 그렇다면 ‘한국인의 정리’는 없을까. 1997년 가을에 최석정(崔錫鼎)의 직교라틴방진이 오일러보다 60여년 이상 앞선다는 KAIST 수리과학과 한상근 교수님의 논문을 접했을 때, 곧바로 그 기억을 떠올리며, 이야말로 ‘오일러의 직교라틴방진’¹⁾이 아니라 ‘한국인의 직교라틴방진’이라고 불려야 할 것이라고 생각했었다. 전 세계 수학교과서에 ‘한국인의 직교라틴방진’ 혹은 ‘최석정의 직교라틴방진’이라고 이름이 오른다면 얼마나 신날까. 중간에 ‘라틴’이라는 용어가 조금 거슬리기는 하지만 말이다.

2. 최석정의 9차 직교라틴방진을 만나다

필자는 미국 샌디에이고 Qualcomm사에서 2세대 디지털 이동통신 표준안 작성 관련 업무를 끝으로 1995년 가을학기부터 연세대학교 전자공학부에 조교수로 부임하였다. 필자의 전공분야에서 가장 중요한 학술대회는 IEEE Information Theory Society²⁾ 주관의 국제학술대회 International Symposium on Information Theory (ISIT) 이다. 1997년 여름에는 이 학술대회가 독일 울름(Ulm)에서 개최되었는데 여기에서 나는 뜻밖의 반가운 분을 만났다. 그 분은 바로 데니쉬 박사님(József Dénes)이다. 데니쉬 박사는 헝가리 수학자로 키드웰(A. D. Keedwell)과 함께 라틴방진에 대해 바이블이라 인정받는 저서³⁾를 1974년에 출간하였고, 미국 서던캘리포니아대학교(Univ. of Southern

1) Pair of orthogonal latin squares. ‘그레코-라틴 방진’ 혹은 ‘오일러방진’이라고도 함. 이 개념을 조합수학(combinatorial mathematics)의 출발점으로 보는 것이 현대 수학사의 입장임.

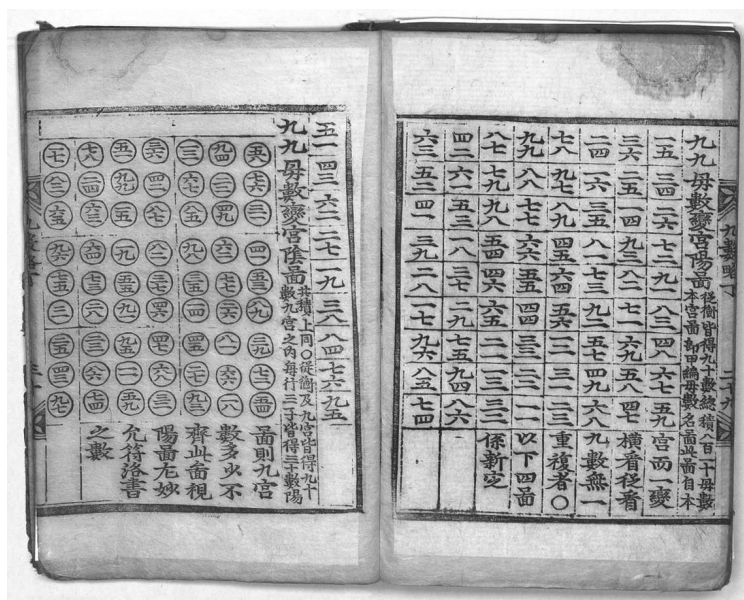
2) IEEE(Institute of Electrical and Electronics Engineers) 본부는 미국의 뉴욕에 위치하고 있으며 150개국 45만 명의 회원으로 구성된 전기전자공학에 관한 최대 기술 조직이며 주요 국제 표준 및 연구 정책을 다룬다. 그 산하에 약 40여개 Society를 포함하고 있는데 Information Theory Society는 정보의 표현, 생성, 처리, 보관, 전달 등에 관한 공학적 이론을 주제로 하며 수학적 접근방식을 중시한다. 필자는 현재 IEEE Information Theory Society Seoul Chapter의 Chair로 봉사하고 있다.

3) József Dénes and A. D. Keedwell, *Latin squares and their applications*, Academic Press, 1974.

California)에서 필자가 박사과정을 하던 중에 필자의 지도교수인 콜롬 교수님(Solomon Golomb)을 자주 방문하셨던 인연으로 인사를 나누던 사이였다. 그런 분이 헝가리에서 독일의 울름까지 ISIT 참석이 아니라 필자를 만나러 오셨었다. 그리곤 서울에 돌아가면 1993년도에 한국의 수학저널에 게재된 직교라틴방진에 관한 논문을 찾아서 영문 번역까지 붙여서 보내달라고 요청하였다. 그렇게 한상근 교수님의 논문 《최석정과 그의 마방진》⁴⁾을 접하였다. 한상근 교수님께 전화를 드려 최석정의 《구수략(九數略)》⁵⁾ 사본을 요청하였는데, 이를 받아보고 무척 참담했던 기억이 있다. 온통 한자로 기록된지라 이해하기 불가능함과, 한 편으로는 그림에도 불구하고 이를 국제 수학계에 알리기 위해서는 영문으로 번역해야 한다는 것, 그리고 실제로 국제 수학 학술대회에서 이를 발표해야한다는 의무감 등이 밀려왔기 때문이다. 공과대학의 신입 조교수로서는 거의 불가능한 실정이었다. 라틴방진의 대가이신 데니쉬 박사가 이 논문을 접하였으니 이제 그의 저서 2판을 출간할 때 이 내용이 들어가지 않을까 하는 바람을 가질 수 있었던 것이 그나마 다행이었다.

3. Handbook of Combinatorial Design

그런데 2002년 콜롬 교수님의 70회 생신을 축하하는 기념학술대회를 준비하던 중, 안타깝게도 데니쉬 박사가 그 이전 해에 세상을 떠났다는 소식을 접하게 되었다. 저서 2판 출간을 남겨놓은 채



최석정의 구수략 목판본에 수록된 9차 직교라틴방진

로 데니쉬 박사는 돌아가셨고 최석정의 직교라틴방진에 대한 내용은 내 기억에서 멀어져갔다. 그런데 전혀 예상치 못한 일로 최석정의 직교라틴방진과 다시 연결되었다. 그것은 바로 《조합론 디자인 편람(Handbook of Combinatorial Design)》과 이 책의 편집진과의 친분이다.

테일러 박사님(Herbert Tayler)은 서던캘리포니아대학교에서 연구교수로 필자를 공동 지도하신 분이며 필자가 졸업 후 Qualcomm사에 근무할 당시에는 샌디에이고 소재의 연구소에 몸담고 계신 덕분에 자주 그의 집에 들러서 여러 가지 이야기와 논의로 시간을 함께 보내곤 했었다. 테일러 박사님은 미국 버몬트 대학교 통계학과와 디니츠 교수(Jeffrey Dinitz)를 처음 소개하였고, 필자는 디니츠 교수와 공저로 조합론 《디자인 편람(Handbook of Combinatorial Design)》⁶⁾에 원고를 제출하였다. 그런데 디니츠 교수를 처음 만난 것은 1995년

- 4) 오윤용, 한상근, 최석정과 그의 마방진, 대한수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 1993년 6월호.
이 논문은 최석정의 구수략에 수록된 9차 직교라틴방진에 대한 내용을 담고 있다. 그 이전 김용운 교수님의 《崔錫鼎의 魔法陣》(한국사연구회보, 1974)에도 최석정의 구수략과 마방진에 대한 언급은 있었고 몇몇 논문에서 이를 다루긴 하였지만 ‘직교라틴방진’을 언급한 것은 이 논문이 국내(외) 최초인 것으로 필자는 파악하고 있다.
- 5) 최석정(1646~1715)이 저자임을 확인하는 공식기록은 있지만 정확히 언제 탈고하여 출간했는지에 대한 기록은 없다. 그의 물년 1715년이라고 가정해도 오일러의 1776년 St. Petersburg 발표보다 61년이 앞선다.
- 6) C. Colbourn and J. Dinitz (co-editors), *Handbook of Combinatorial Designs*, 1st edition CRC Press, 1996, 2nd edition, Chapman & Hall/CRC, 2007.

2 Design Theory: Antiquity to 1950

IAN ANDERSON
CHARLES J. COLBOURN
JEFFREY H. DINITZ
TERRY S. GRIGGS

Those who do not read and understand history are doomed to repeat it. (Harry Truman)

At the time of writing, every passing year sees the addition of more than five hundred new published papers on combinatorial designs and likely thousands more employing the results and techniques of combinatorial design theory. The roots of modern design theory are diverse and often unexpected. Here a brief history is given. It is intended to provide first steps in tracing the evolution of ideas in the field.

The literature on latin squares goes back at least 300 years to the monograph *Koo-Soo-Ryak* by Choi Seok-Jeong (1646–1715); he uses orthogonal latin squares of order 9 to construct a magic square and notes that he cannot find orthogonal latin squares of order 10. It is unlikely that this was the first appearance of latin squares. Ahrens [68] remarks that latin square amulets go back to medieval Islam (c1200), and a magic square of al-Buni, c 1200, indicates knowledge of two 4×4 orthogonal latin squares. In 1723, a new edition of Ozanam's four-volume treatise [1712] presented a card puzzle that is equivalent to finding two orthogonal latin squares of order 4. Then in 1776, Euler presented a paper (*De Quadratis Magicis*) to the Academy of Sciences in St. Petersburg in which he again constructed magic squares of orders 3, 4, and 5 from orthogonal latin squares. He posed the question for order 6, now known as *Euler's 36 Officers Problem*. Euler was unable to find a solution and wrote a more extensive paper [798] in 1779/1782. He conjectured that no solution exists for order 6. Indeed he conjectured further that there exist orthogonal latin squares of all orders n except when $n \equiv 2 \pmod{4}$:

et je n'ai pas hésité d'en conclure qu'on ne saurait produire aucun quarré complet de 36 cases, et que la même impossibilité s'étende aux cas de $n = 10$, $n = 14$ et en général à tous les nombres impairement pairs.

Section 1.2 Design theory: Antiquity to 1950 – 초반부

여름 미국 콜로라도에서 개최된 어느 학회였다.⁷⁾ 디니츠 교수는 한동안 Dinitz Conjecture로 유명세를 타던 조합론의 전문가였고 애리조나주립대학교의 콜본 교수(Charles Colbourn)와 공동 편집한 《조합론 디자인 편람》은 별다른 친절한 설명을 배제하고 오직 알려진 사실의 나열로 이루어진 백과사전식 편집으로 구성되었으며 라틴방진에 관한 내용이 거의 절반을 이룬다.

4. 최석정의 ‘직교라틴방진’을 해외에서 공인받다

세월이 흘러 10여년이 지난 2006년에 디니츠 교수로부터 Handbook 2판을 준비 중이니 필자의 기고문도 그 이후 추가된 결과가 있다면 수정해서

보내달라는 연락을 받았다. 나는 2판의 목차(Table of Contents)를 보자고 요청했다. 1판에는 없었던 조합론의 역사를 다룬 항목이 있다는 것을 확인하고, 다시 그 부분의 원고를 보자고 했다. 이 항목은 디니츠 교수를 포함한 네 명의 저자가 공동으로 집필했는데, 예상대로, 오일러가 1776년 발표한 직교라틴방진에 관한 내용을 조합수학의 기원으로 하여 *Combinatorial Design*의 역사가 서술되어 있었다. 필자는 이를 ‘최석정의 직교라틴방진’으로 바꾸어야 한다는 일념으로, 테니쉬 박사님과 만났던 이야기와 한상근 교수님의 논문을 영작한 내용, 테니쉬 박사님이 2판 저서를 출간하지 못하고 돌아가신 사실, 만일 2판이 출간되었다더라면 여기에 이 내용이 포함되었을 것이라는 예상 등을 받을 새워

7) The R. C. Bose Memorial Conference on Statistical Design and related Combinatorics, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, June 7–11, 1995.

2.1 A Timeline

A very brief list of biographical data about the main contributors mentioned is given; only name, year and place of birth, and year and place of death, are given.

Name	Years	Birthplace	Place of Death
Ozanam, Jacques	1640-1717	Boulogneux	Paris
Choi Seok-Jeong	1646-1715	Korea	Korea
Euler, Leonhard	1707-1783	Basel	St Petersburg
Cretté de Palluel, Francois	1741-1798	Drancy-les-Neuilles	Dugny, France
Steiner, Jakob	1796-1863	Utzenstorf	Bern
Plücker, Julius	1801-1868	Elberfeld	Bonn
Kirkman, Thomas Penyngton	1806-1895	Bolton	Bowden, UK
Peirce, Benjamin	1809-1880	Salem MA	Cambridge MA
Woolhouse, Wesley Stoker Barker	1809-1893	North Shields	London
Anstice, Robert Richard	1813-1853	Madeley	Wigginton, UK
Sylvester, James Joseph	1814-1897	London	London

Section 2.1 A timeline – 일부분

정리하여 디니츠 교수에게 발송했다. 어쩌면 나에게 주어진 마지막 기회일지 모른다고 느꼈기 때문이다. 그의 답변은 간단했다. 저자 모두에게 회람하여 의견을 들어보고 회신한다는 것이었다. 그리하여 2007년 출간된 2판에는 조합론의 역사가 새롭게 작성되었다. 기록으로 남아있는 9차 직교라틴방진과 이를 이용한 9차 마방진의 생성이라는 명백한 증거를 무시할 수 없었을 것이다. 그래도 라틴방진 그 자체에 대한 역사성은 조선의 수학자에게 빼앗기기 싫었는지, 많은 예를 들면서 라틴방진에 대한 역사는 훨씬 더 오래 되었다는 점을 강조하였다. 하지만 아무리 그래도 직교라틴방진과 이를 이용한 마방진 생성에 관한한 최석정의 《구수략》에 기록된 ‘직교라틴방진’이 오일러를 훨씬 앞서는 세계 최초임을 부정하기는 어렵게 되었다.

5. 국내의 발표 및 과학기술 명예의 전당

위의 사실은 월간 과학동아 2008년 8월호에 국내에서는 최초로 발표되었다.⁸⁾ 옆의 사진은 그 곳

에 게재된 필자의 사진으로 위 사실이 기록된 Handbook 2판을 손에 들고 있는 모습이다. (이 사진은 과학동아에서 사진 사용 허락을 받았습니 다.)



한상근 교수님은 이 사실을 2008년 제주 ICC에서 개최된 Global KMS International Conference에 발표할 수 있도록 필자를 초청해주셨는데, 기쁜 마음으로 이 내용을 발표하였다.⁹⁾ 이 학회의 조직위원장은 서울대학교 김도한 교수님이었고, 외국인 참가자도 꽤 많이 보였는데 내 발표장에도 몇몇의 외국인이 보였다. 2008년 발표 당시 최석정이 오일러보다 67년 앞선다는 언급을 했었는데 이는 오일러의 1782년 논문 발표를 기준으로 계산한 결과로, 이보다 6년 앞서 1776년 구두 발표가 있었으므로 사실상 61년 앞선다는 표현이 정확할 것이다.¹⁰⁾ 이 내용을 기초로 대한수학회저널에 이를 소개하는 논문을 작성하기

8) 강석기, 오일러 앞지른 최석정 - 직교라틴방진 기록한 최초의 문헌 구수략, 과학동아 2008년 8월호.
<http://coding.yonsei.ac.kr/article-2008-08.htm>

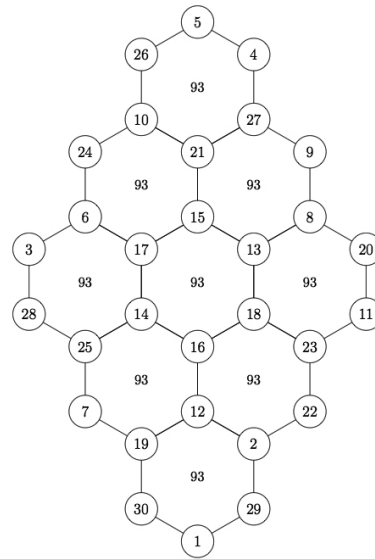
9) H.-Y. Song, Choi's orthogonal Latin Squares is at least 67 years earlier than Euler's, 2008 Global KMS International Conference, 2008. 10. JEJU ICC, KOREA. <http://www.kms.or.kr/GKMS2008/inv.htm>

10) L. Euler, Recherches sur une nouvelle espece de quarres magiques (Investigations on a new type of magic squares), presented to the St. Petersburg Academy on March 8, 1776, and published in Verhandelingen uitgegeven door het zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Vlissingen 9, Middelburg 1782, pp. 85-239.

로 한상근 교수님과 약속했지만 지금까지 이를 지키지 못한 것이 죄송하고 미안하다. 그 자리에서 한 교수님과 필자는 《구수략》의 책판이 지금 어딘가에 존재할 것이라는 예상과, 그렇다면 아마도 합천 해인사에 있지 않을까라는 예상을 해보았는데, 이는 최석정의 또 다른 문집인 《명곡집(明谷集)》 책판이 해인사에 보관되어 있기 때문이었다.

최석정의 《구수략》은 건(乾)과 곤(坤)으로 나뉘었고, 건(乾)은 다시 갑(甲)과 을(乙)로 구성되고, 곤(坤)은 병(丙)과 정(丁)으로 구성되었다. 나중에 알게 되었지만, 2006년에는 한국수학사학회에서 《구수략》의 건(乾)과 곤(坤)을 각각 자세한 주석과 함께 국문으로 번역 출간하였다.¹¹⁾ 갑(甲)·을(乙)·병(丙)이 본서이고 정(丁)이 부록이며 이 부록에 많은 숫자의 배열이 기록되어 있다. 다양한 크기의 마방진과 이를 생성하는 직교라틴방진 뿐만 아니라, 정6각형의 연속배열로 이루어진 그래프의 꼭짓점에 1부터 30까지의 숫자를 한 번씩 사용하여 모든 육각형의 꼭짓점에 있는 여섯 개 숫자의 합이 93으로 일정한 ‘지수귀문도(地數龜文圖, hexagonal tortoise problem)’는 당시까지 세계 어느 수학기록에도 찾아볼 수 없는 놀라운 숫자의 배열이며, 라틴방진 및 직교라틴방진과 더불어 오늘날까지도 컴퓨터 계산과학 및 조합수학 분야에서 관심 받고 있는 주제이다.¹²⁾

2008년 발표 자료를 홈페이지에 잠시 올렸더니 이를 받아본 많은 사람들이 있었고, 그 중에서도 대만의 수학자는 이를 기초로 논문을 작성하여 Mathematical Association of America에서 발간하는 Math. Magazine에 투고하였다.¹³⁾ 해당 편집 위원장은 모든 심사과정을 마치고 출판으로 넘어가는 단계지만 내가 한 번은 꼭 검토해주시기를 바란다



최석정의 지수귀문도(地數龜文圖)

면서 그 원고를 보내주었다. 그 내용은 최석정이 9차 직교라틴방진을 아마도 이러한 방법으로 생성했을 것이라고 추측한 설명으로 필자가 보기에 도파 타당하고 생각한다.

또한 지금까지의 개괄적인 내용이 한국수학사학회 논문집에 발표되었다.¹⁴⁾ 전문 사학자의 관점에서 《구수략》 전체를 소개하고 특별히 정(丁)에 수록된 9차 직교라틴방진을 포함한 많은 마방진과 직교라틴방진에 대한 자세한 해설을 수록하고 있다.

2011년 초에 필자는 서울대 수리과학부에서 위의 내용에 대한 특별강연을 하게 되었다.¹⁵⁾ 이 자리에서 처음 인사드린 서울대 김도한 교수님께서 후에 최석정 선생을 2013년 대한민국 과학기술명예의 전당에 헌정하기 위한 노력을 기울이셨고, 결국 이를 성사시켰으며, 이 사실은 이제 곧 언론에 공지될 것이다.

11) 최석정, 구수략 - 조선시대 산학총서, 정해남, 허민 옮김, 교우사, 2006.

12) a) 김동진, 오영환, 지수귀문도의 특성 및 해를 구하는 알고리즘, 한국정보과학회 봄 학술발표회 논문집, 1989.

b) 전용훈, 수학사의 미스터리 마방진, 과학동아 1999년 7월호

c) 문병도, 지수귀문도 해결의 열쇠 유전자 알고리즘, 과학동아 2003년 7월호

13) K.-W. Lih, "A Remarkable Euler Square before Euler," Math. Mag. Vol. 83, No. 3, pp. 163-167, 2010

14) 김성숙, 강미경, 최석정의 직교라틴방진, 한국수학사학회지 제23권 제3호 (2010년 8월) 21-31.

15) 송홍엽, Choi's orthogonal Latin Squares is at least 61 years earlier than Euler's, 서울대학교 수리과학부 e 강연, 2011년 3월, 서울대학교. <http://stream.math.snu.ac.kr/lecture/each2011/110331.html>

6. 마방진과 라틴방진 및 직교라틴방진

최석정의 9차 직교라틴방진은 일반적인 직교라틴방진과 달리 몇 가지 특이한 성질을 추가로 지닌다. 이를 설명하기 위해서 먼저 마방진과 라틴방진, 그리고 직교라틴방진에 대하여 소개하겠다.

자연수 n 이 주어지면 n 차 마방진은 서로 다른 n^2 개의 숫자가 채워진 $n \times n$ 정방의 배열로써 각 행과 열의 합과 두 대각선의 합까지 총 $2n+2$ 개의 합이 동일하다는 성질로 정의된다. 여기서 각 행과 열의 합이 동일하고 대각선의 합이 다르다면 ‘준마방진(semi magic square)’이라 한다. 숫자가 1부터 연속적으로 n^2 까지 사용되면 ‘정규마방진(normal magic square)’이라 한다.¹⁶⁾

마방진은 고대 중국의 하나라 우왕 시대(BC 4000년경)에 거북등에 나타난 3차 마방진 형상이 존재한다는 기록이 있으며, 고대와 중세를 거쳐 많은 예가 알려져 있다. 독일 미술가 알베르트 뒤러(1471~1528)의 동판화에 표현된 4차 마방진은 정규마방진이며, 인도의 천재 수학자 라마누잔이 영국의 수학자 하디와의 대화 도중 자신의 생년월일 1887년 12월 22일을 첫 행에 사용한 4차 비정규마방진을 만들었다는 기록이 있다.¹⁷⁾

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

22	12	18	87
21	84	32	2
92	16	7	24
4	27	82	26

뒤러의 마방진과 라마누잔의 비정규마방진

오늘날 모든 자연수 $n > 2$ 에 대해서 n 차 마방진을 생성하는 매우 간단한 방법이 알려져 있다. 오일러의 1776년과 1782년 발표는 다양한 크기의 마방진을 생성하는 방법을 연구한 결과가 요점이며, 특이한 점은 많은 경우에 직교라틴방진을 사용했다는 점이다. 직교라틴방진을 설명하자면 라틴방진을 먼저 설명해야 한다.

n 차 라틴방진은 n 개의 서로 다른 심볼로 채워진 $n \times n$ 정방의 배열로써 모든 행과 열이 이 n 개의 심볼 각각을 정확히 한 번씩 포함해야 한다. 일반적으로 n 개의 서로 다른 심볼을 자연수 1부터 n 까지 사용하기도 하므로 여기에서도 그렇게 가정하기로 하자. 두 개의 동일한 크기의 라틴방진이 직교한다는 뜻은 이들을 포개어 동일한 위치(cell)의 숫자로 순서쌍 n^2 개를 만들었을 때 이들이 모두 다르다는 것이다. 직교라틴방진이란, 직교하는 라틴방진의 쌍을 의미한다. 다음은 4차와 5차의 직교라틴방진의 예를 보인다.

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

1	3	5	2	4
5	2	4	1	3
4	1	3	5	2
3	5	2	4	1
2	4	1	3	5

1	5	4	3	2
3	2	1	5	4
5	4	3	2	1
2	1	5	4	3
4	3	2	1	5

double-diagonal 직교라틴방진의 예

이는 조금 더 특수한 직교라틴방진인데, 그 이유는 방진에 보이는 4개의 대각선이 모두 1, 2, ..., n 의 순열(permutation)로 이루어졌기 때문이다. 이러한 성질을 만족하면 ‘double-diagonal 직교라틴방진’이라 하며, 6차를 제외한 모든 $n > 3$ 에 대해서 n 차 ‘double-diagonal 직교라틴방진’이 존재한다고 알려져 있다.¹⁸⁾

7. 최석정의 9차 직교라틴방진의 두 가지 특성

가장 중요한 특징으로는 9차 마방진을 만들 수 있다는 것이다. 직교라틴방진의 동일한 셀의 숫자로 순서쌍 (i, j) 를 구성하여, 이를 $9(i-1) + j$ 로 대응시키면 그 결과는 (정규)마방진이 된다. 이를 편의상 ‘표준생성법’이라 부른다.

16) 각주 6)과 동일.

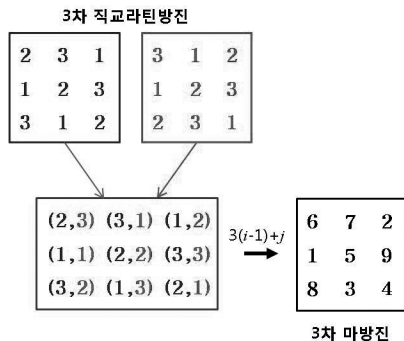
17) 박경미, 수학 콘서트, 동아시아, 2006

18) 각주 6)과 동일.

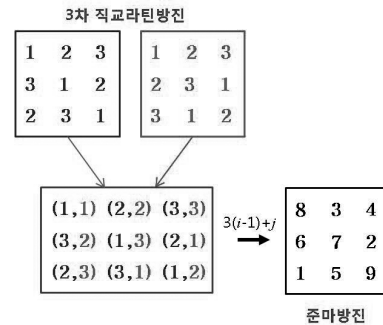
5	6	4	8	9	7	2	3	1	1	3	2	7	9	8	4	6	5
4	5	6	7	8	9	1	2	3	3	2	1	9	8	7	6	5	4
6	4	5	9	7	8	3	1	2	2	1	3	8	7	9	5	4	6
2	3	1	5	6	4	8	9	7	7	9	8	4	6	5	1	3	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	8	7	6	5	4	3	2	1
3	1	2	6	4	5	9	7	8	8	7	9	5	4	6	2	1	3
8	9	7	2	3	1	5	6	4	4	6	5	1	3	2	7	9	8
7	8	9	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1	9	8	7
9	7	8	3	1	2	6	4	5	5	4	6	2	1	3	8	7	9

최석정의 9차 직교라틴방진

‘표준생성법’이 항상 성립할까? 다시 말해서, 임의의 직교라틴방진을 가지고 여기에 ‘표준생성법’을 적용하면 항상 마방진이 될까? 안타깝게도 그렇지 않다고 알려져 있다. 즉, 이 방법이 성립하기 위해서는 추가의 조건이 필요한데, 이는 표준생성법을 적용하는 직교라틴방진이 (1) ‘double-diagonal 직교라틴방진’이거나 (2) 홀수 차의 경우 라틴방진 각각에서 한 개의 대각선이 상수 $(n+1)/2$ 로 이루어져야 한다는 것이다.¹⁹⁾ 여기서 3차의 경우를 다음 그림으로 설명한다.



그 결과는 3차 마방진임을 쉽게 확인할 수 있다. 사용된 직교라틴방진의 대각선 네 개 중에 두 개의 위치가 상수 2로 채워져 있음을 쉽게 확인할 수 있다. 다음 그림에는 또 다른 3차 직교라틴방진에 ‘표준생성법’을 적용한 결과를 보인다.



결과를 살펴보면 행과 열의 합은 모두 15로 일정하지만 두 대각선의 합은 각각 24와 12가 되어 마방진이 되지 못하고 준마방진에 머무르게 된다.

결국, 임의의 직교라틴방진을 만들어서 여기에 ‘표준생성법’을 적용해도 반드시 마방진이 만들어지는 것은 아니다. 마방진이 만들어지기 위해서는 위와 같은 좀 더 특별한 충분조건을 만족하는 직교라틴방진을 사용해야 하는데, 바로 최석정의 9차 직교라틴방진은 이를 만족하고 있다. 그렇기 때문에 이를 가지고 ‘표준생성법’을 적용하여 9차 마방진이 만들어진 것이다.

둘째로 언급할 만한 특징은 두 라틴방진이 서로 긴밀한 관계에 있다는 것이다. 좌측 라틴방진의 첫 행의 순서를 역순으로 뒤바꾸면 우측 라틴방진의 첫 행이 된다. 이러한 관계는 모든 대응하는 행에 대해서 성립한다. 결국, 좌우의 라틴방진 중에서 한 개만 있으면 이를 좌우로 뒤집어서 나머지를 쉽게 찾을 수 있는데, 편의상 이를 직교라틴방진의 ‘대칭성(symmetry)’이라고 부른다.

이러한 성질은 일부 공학적 응용에서는 상당히 쓸모가 있다. 사실 라틴방진이나 직교라틴방진은 순수 수학적 관심외에도 공학 분야에 활용되는 경우가 종종 있다. 필자가 IEEE 논문지에 발표한 2008년의 결과도 라틴방진의 특성을 이용하여 이동통신 시스템 설계의 복잡도(complexity)를 줄일 수 있다는 내용이다.²⁰⁾

최석정의 직교라틴방진의 대칭성을 좀 더 자세

19) 각주 6)과 동일.

20) D.-S. Kim, H.-Y. Oh, and H.-Y. Song, “Collision-free Interleaver composed of a Latin Square Matrix for Parallel-architecture Turbo Codes,” *IEEE Communications Letters*, vol. 12, Issue 3, pp. 203-205, March 2008.

히 들여다보기 위하여, IEEE 학회의 논문지에 1993년 발표된 관련 내용을 소개할 필요가 있다.²¹⁾ 이 논문은 컴퓨터와 메모리의 연결을 병렬로 구성할 때 직교라틴방진을 사용하면 효율을 높일 수 있다는 내용인데, 놀랍게도 여기에서 제안하는 직교라틴방진과 최석정의 직교라틴방진이 크게 다르지 않다. 이 논문에 발표된 9차 직교라틴방진을 아래에 보인다.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	0	1	2
6	7	8	0	1	2	3	4	5
2	0	1	5	3	4	8	6	7
5	3	4	8	6	7	2	0	1
8	6	7	2	0	1	5	3	4
1	2	0	4	5	3	7	8	6
4	5	3	7	8	6	1	2	0
7	8	6	1	2	0	4	5	3

0	3	6	2	5	8	1	4	7
1	4	7	0	3	6	2	5	8
2	5	8	1	4	7	0	3	6
3	6	0	5	8	2	4	7	1
4	7	1	3	6	0	5	8	2
5	8	2	4	7	1	3	6	0
6	0	3	8	2	5	7	1	4
7	1	4	6	0	3	8	2	5
8	2	5	7	1	4	6	0	3

9차 직교라틴방진 - Kim and Prasanna (1993)

한 가지 주목할 만한 사실은 위의 9차 직교라틴방진은 좌측 라틴방진을 주대각선 중심으로 대칭이동하면 우측 라틴방진이 된다는 것이다. 최석정의 경우와는 조금 다른 ‘대칭성’이지만 이 역시 좌우중에 한 개만 있으면 나머지도 쉽게 찾을 수 있다는 점에서는 최석정의 직교라틴방진과 동일한 특성을 지닌다고 할 수 있다. 물론 이 논문에서는 9차 뿐만 아니라 16차, 25차 등등 모든 제곱수의 크기에 대해서 직교라틴방진을 생성하는 방법을 설명하고 있으며 이를 공학 기법에 응용하는 내용까지 다루고 있다.

이 논문의 첫 저자인 K. Kim은 현재 서울시립대 공과대학에 근무하고 있는 김기철 교수이며, 서던캘리포니아대학교 대학원에서 필자와 비슷한 시기에 수학했고, 당시 필자와 함께 위의 9차 직교라틴방진을 생성하는 방법에 대해 고민했던 기억이 있다. 이제 돌이켜보니 여기 발표된 9차 직교라틴방진이 최석정의 9차 직교라틴방진과 그리 많이 다르지 않다는 사실은 놀라운 일이다. 여기서 ‘그리

많이 다르지 않다’는 의미는 대수학에서 중요하게 사용하는 isomorphism과 비슷한 의미인데, 라틴방진에 대해서는 이를 ‘isotopism’이라고 한다. 두 개의 라틴방진이 주어졌을 때, 어느 한 개로부터 시작하여 행 순서 바꾸기와 열 순서 바꾸기, 그리고 숫자 1, 2, ..., n 의 순서 바꾸기의 조합으로 변형하여 다른 한 개에 도달 가능하면 이러한 두 라틴방진은 isotopic 관계에 있다고 말하고 이러한 변형을 ‘isotopism’이라고 한다.²²⁾ 다시 말해서, 두 라틴방진이 ‘그리 많이 다르지 않고’ 또한 조합론의 분류(classification) 관점에서는 ‘같다’고 할 수도 있다는 뜻이다. 결론적으로, 최석정의 9차 직교라틴방진은 좌우 대칭성을 지니며, 위에서 소개한 Kim-Prasanna의 9차 직교라틴방진과 isotopic 관계임을 쉽게 확인할 수 있다.²³⁾

이 외에도 몇 가지 특징이 있지만 지면 관계상 생략하기로 하겠다. 앞서 표시한 그림을 보면서 또 다른 많은 특징을 찾아내는 일을 독자에게 맡기려고 한다. 들여다보면 볼수록 놀라운 많은 특징을 찾아낼 수 있을 것이다.

8. 맺음말

2013년 대한민국 과학기술 명예의 전당에 최석정 선생이 헌정되다니 매우 기쁜 일이 아닐 수 없다. 공학과 수학의 영역에 모두 걸쳐있는 필자로서는 더욱 그러하다.

이제 이 글의 초반에 언급한 것처럼 ‘오일러의 직교라틴방진’이 아니라 ‘최석정의 직교라틴방진’이라고 전 세계 모든 수학교과서에 쓰이기 위해서는 더 많은 연구와 노력이 필요한 시점이다.

최석정의 ‘직교라틴방진’과 함께 개인적으로 또 관심이 가는 부분은 ‘지수귀문도(地數龜文圖)’이다. 이에 대한 명확한 문제의 형성과 모든 가능한 변형들, 그리고 이에 대한 모든 가능한 답을 찾아내는 일은 이제 남은 또 하나의 과제가 아닐까. KMS

21) K. Kim and V. K. Prasanna, “Latin Squares for Parallel Array Access,” *IEEE Transactions and Parallel and Distributed Systems*, vol. 4, Issue 4, pp. 361-370, April 1993.

22) 각주 6)과 동일.

23) 각주 9) 혹은 15) 참조.