고속 이산 여현 변환 (DCT) 알고리즘

1998. 1. 15

CSPR 연세대학교 신호처리 연구센터

정연식 이임건 송홍엽 박규태

발표 순서

- 서 론
- 이산 여현 변환 (DCT)
- 알고리즘의 유도
- 제안한 알고리즘의 흐름도
- 알고리즘의 분석

서 론

- 변환
  - 신호를 다른 도메인에서 해석
- 영상 신호 압축 시스템에서의 변환의 목적
  - Energy Compaction, Decorrelation
  - KLT
- DCT
  - 1차 마코프 신호원 ($\rho = 0.95$) 에 대해 KLT에 접근
  - 영상 압축 표준화 기구에서 표준 알고리즘으로 제정
  - 고속 알고리즘이 필요

이산 여현 변환 (DCT)

$$x(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} e(n) X(n) \cos \frac{\pi(2k+1)n}{2N},$$
$$k = 0,1,\ldots,N-1.$$

$$X(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} e(n) \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cos \frac{\pi(2k+1)n}{2N},$$
$$n = 0,1,\ldots,N-1.$$

$$\hat{X}(n) = \sqrt{\frac{N}{2}} \frac{X(n)}{e(n)}$$

알고리즘의 유도 (1)

$$\hat{X}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)\cos\frac{\pi(2k+1)n}{2N},$$

$$n = 0,1,\ldots,N-1.$$

$$\hat{X}(2n) = \sum_{k=0}^{N/2-1} [x(k)+x(N-1-k)]\cos\frac{\pi(2k+1)2n}{2N},$$

$$\hat{X}(2n+1) = \sum_{k=0}^{N/2-1} [x(k)-x(N-1-k)]\cos\frac{\pi(2k+1)(2n+1)}{2N},$$

$$n = 0,1,\ldots,N/2-1.$$

알고리즘의 유도 (2)

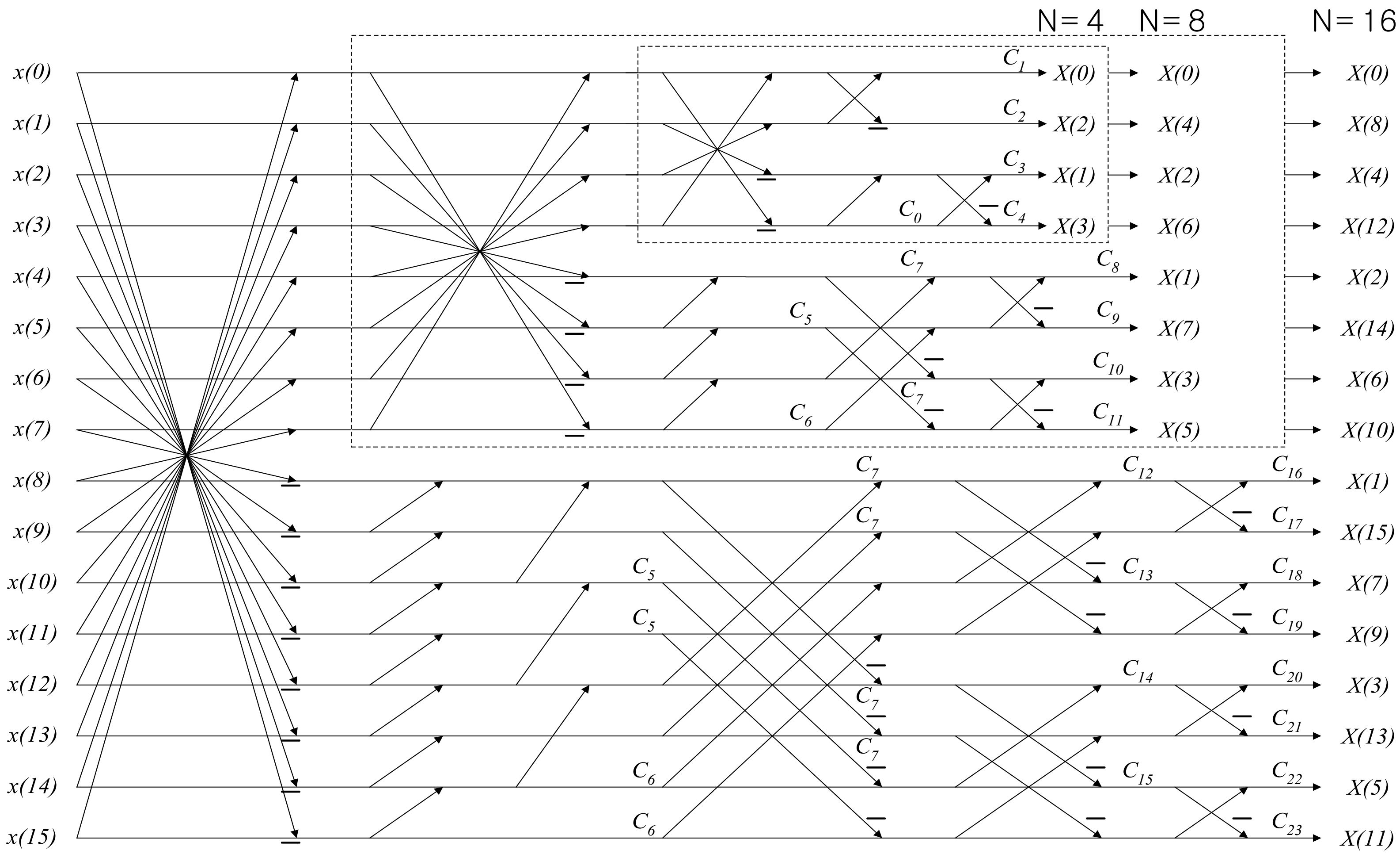
$$\hat{X}(2n+1) = \frac{1}{2\cos\frac{\pi(2k+1)(2n+1)}{2N}} \cdot$$

$$\left[\sum_{m=0}^{N/4-1} [y(2m-1) + y(2m)] \cos\frac{\pi(2k+1)2m}{N} \right.$$

$$\left. + \sum_{m=0}^{N/4-1} [y(2m) + y(2m+1)] \cos\frac{\pi(2k+1)(2m+1)}{N} \right]$$

$$y(k) = x(k) - x(N-1-k)$$

16 포인트 DCT 흐름도



알고리즘의 분석 (1)

- 덧셈 연산 수

$$A(2) = 2,\ \ A(4) = 9,\ \ A(8) = 28,\ \ A(16) = 78,$$

$$A(N) = N \cdot \log_2 N + \frac{5}{2}N - (\log_2 N)^2 - 3\log_2 N + 2, \quad N \geq 32$$

- 곱셈 연산 수

$$M(N) = \frac{N}{2}\log_2 N$$

알고리즘의 분석 (2)

- 덧셈 및 곱셈의 연산 수

N	제안한 방법		B.G. Lee's		Smith's	
	덧셈	곱셈	덧셈	곱셈	덧셈	곱셈
4	9	4	9	4	8	6
8	28	12	29	12	26	16
16	78	32	81	32	74	44
32	202	80	209	80	194	116
64	492	192	513	192	482	292

알고리즘의 분석 (3)

- 최대 곱셈 단수

$$MMS(N) = \begin{cases} \log_2 N - 1 & N \geq 8, \\ \log_2 N & N < 8 \end{cases}$$

- 대부분의 곱셈 연산이 마지막 단에서 수행됨
- 고정 소수점 연산 시 비트 할당에 따른 에러의 전파를 줄일 수 있음