서로 다른 두 m-sequence의 상호상관 특성

전철민,김강산, 송홍엽
연세대학교
2018년도 한국통신학회 추계종합학술발표회

1. 표기법과 사전 지식

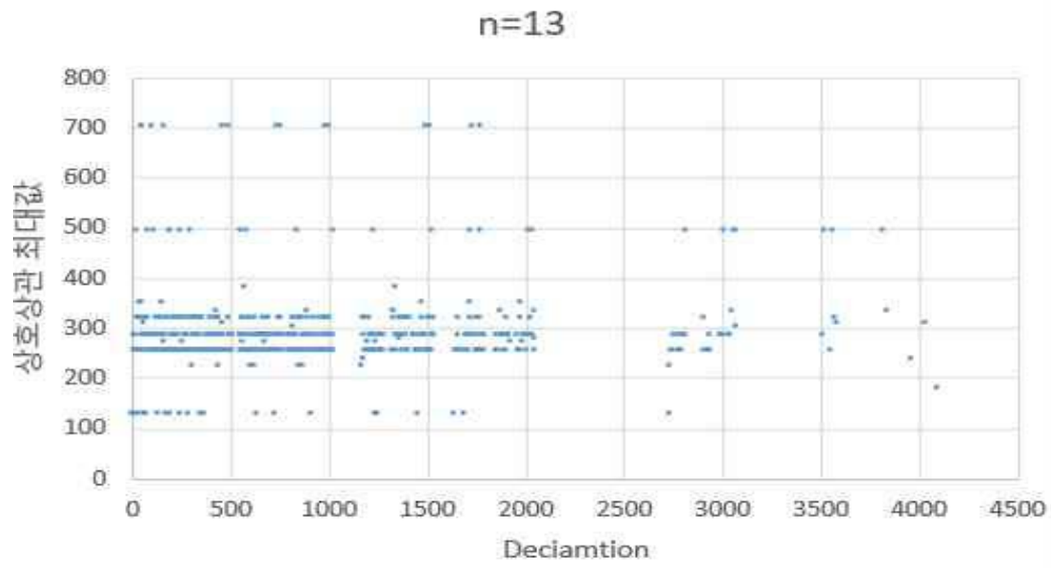
- α : 유한체 $GF(p^n)$의 임의의 원시원소
- 모든 음이 아닌 정수 t에 대해 $b_t = a_{dt}$ 를 만족하면 수열 b가 수열 a의 d-decimation이라고 부름.
- 상호 상관: 주기 L인 2진 수열 a_t와 b_t의 임의의 순환지연 τ에서의 상호상관 $C_{a,b_t}(\tau)$는

$$C_a(\tau) = \sum_{t=0}^{L-1} (-1)^{a_t + b_{t+\tau}}$$

와 같이 정의함.

2. Decimation을 이용한 서로 다른 m-sequence 생성

- 한 주기가 2^n - 1인 m-sequence를 적절한 값 k로 decimation시키면 다른 m-sequence가 나옴.
- 기존 m-sequenc와 cyclic shift 관점에서 다른 m-sequenc를 생성할 k의 조건은 gcd(k, 2^n - 1) = 1과 2^l = k(mod 2^n - 1)을 만족하는 정수 l은 존재하지 않는다는 것.
- 처음 조건을 만족하는 2^n - 1보다 작은 음이 아닌 정수 k의 개수는 $\varphi(2^n - 1)$개며 두 번째 조건에 의해 주기가 2^n - 1인 m-sequence는 총 $\varphi(2^n$ - 1)/n개가 나옴.



n = 13일 때, 한 m-sequence와 그 decimation 수열의 상호상관 최댓값

Correlation max(n=11)	개수
63	22
87	1
95	10
111	12
119	2
127	104
143	6
159	2
175	2
287	14
총합계	**175**

Correlation max(n=12)	개수 :
127	5
191	22
207	6
223	7
239	4
255	39
287	7
319	16
335	2
383	18
479	4
511	3
639	4
735	1
831	2
1023	1
1407	2
총합계	**143**

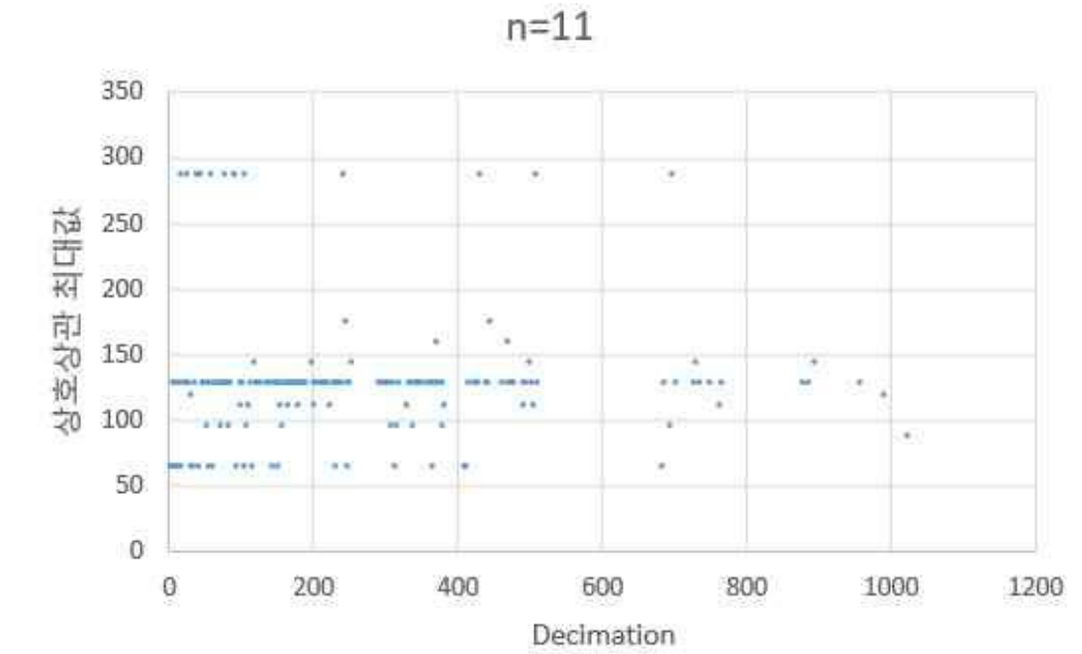
Correlation max(n=13)	개수
127	26
179	1
223	8
239	2
255	248
271	8
279	2
287	184
303	2
311	4
319	90
335	8
351	6
383	2
495	24
703	14
총합계	**629**

n = 11, 12, 13일 때, 한 m-sequence와 상호상관 최댓값 및 해당 개수

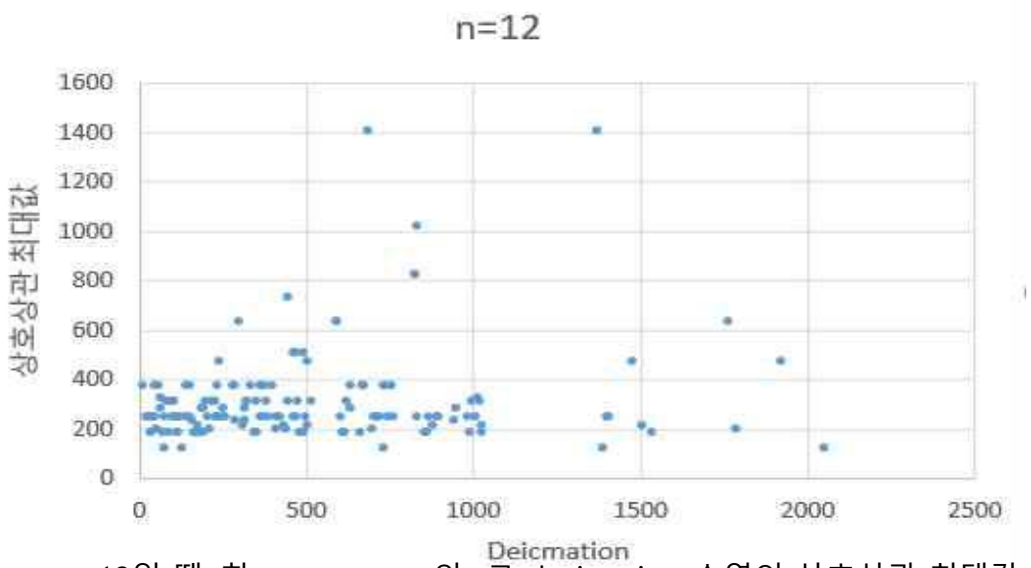
3. M-sequence간의 상호상관 실험

- 본 논문에서는 1개의 m-sequence와 나머지 $\Phi(2^n - 1)/n$ – 1개의 m-sequence와의 각각의 상호상관의 최댓값을 조사함.

- **실험 결과**



n = 11일 때, 한 m-sequence와 그 decimation 수열의 상호상관 최댓값



n = 12일 때, 한 m-sequence와 그 decimation 수열의 상호상관 최댓값

4. 결과 분석

- Gold sequence 주기 2^{11}-1, 2^{13}-1에서 상호상관의 최댓값은 63, 127임.
- 그래프에서 n = 11일 때, 상호상관 최댓값의 최솟값이 63이며 n = 13일 때 127임을 확인할 수 있음.
- 이 63과 127을 가지는 점들이 몇 안되며 이로부터 상호상관 특성이 좋은 수열군은 소수의 m-sequence들의 조합과 연관되어 있음을 유추할 수 있음.

5. 결론

- M-sequence의 상호상관 최댓값의 최솟값이 Gold sequence의 상호상관 최댓값과 같음을 실험적으로 유추함.
- 이러한 값을 가지는 점들의 개수가 적음을 실험적으로 유추함.
- 향 후 세개 이상의 m-sequence의 상호 상관 특성을 조사하여 새로운 수열 집합에 대한 연구 진행.

- **참고문헌**

[1] H. Y. Song “Feedback shift register sequences.” Wiley Encyclopedia of Telecommunications 2 (2003): 789-802.

[2] AB. M. Popovic “Spreading sequences for multi-carrier CDMA systems.” (1997): 8-8.