직교방진을 이용하여 설계한 가용도와 비교차 복구집합을 갖는 새로운 이진 부분접속 복구부호

2020.11.13

최효정, 김강산, 경치, 송홍엽

연세대학교

Contents

1. Introduction

1) 부분접속 복구 부호

2) 부분접속수와 가용도

2. Main

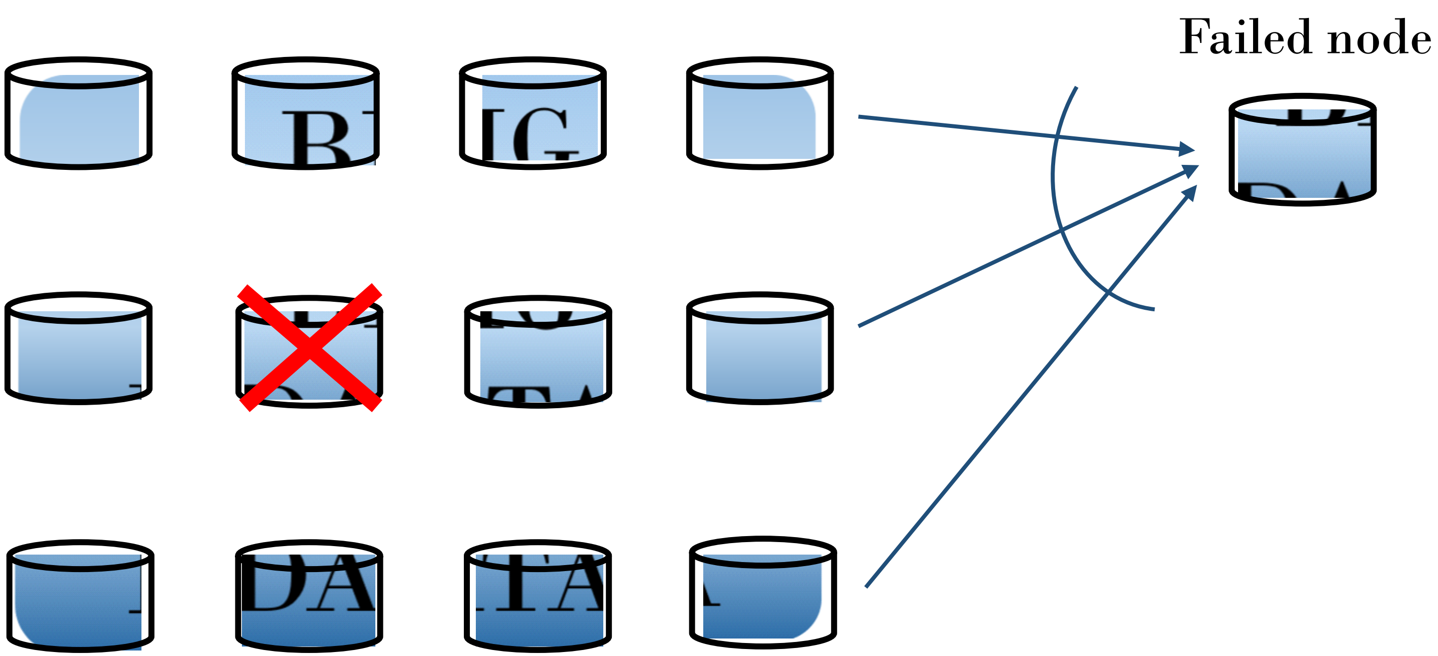
1) 부분방진과 직교 부분방진

2) 직교 부분방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

3. Conclusion

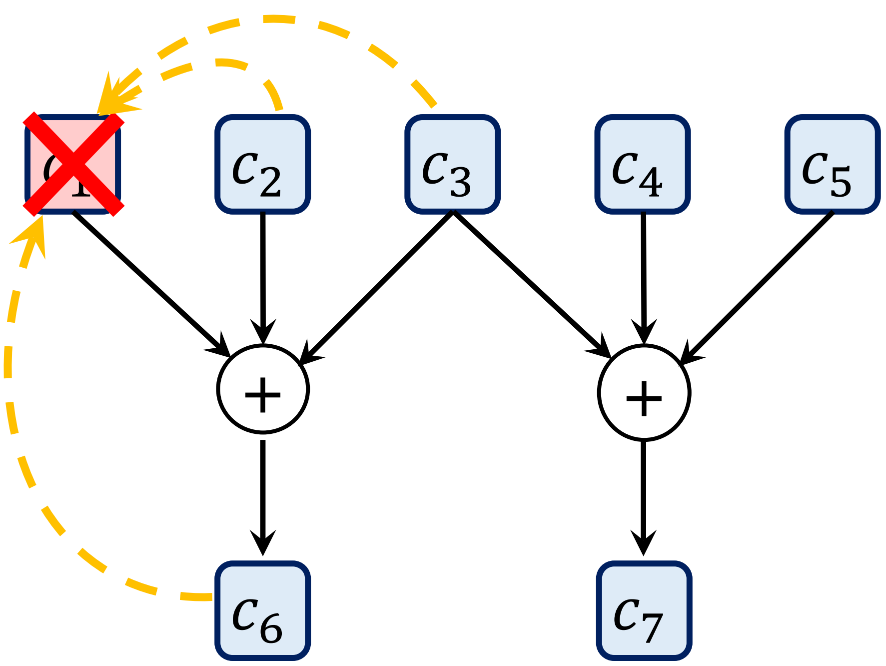
Introduction

- Locally repairable code (LRC) just needs a small number of nodes to repair the single node failure



Introduction

- 부분 접속수 (Locality)



Locality of $c_1 \Rightarrow 3$

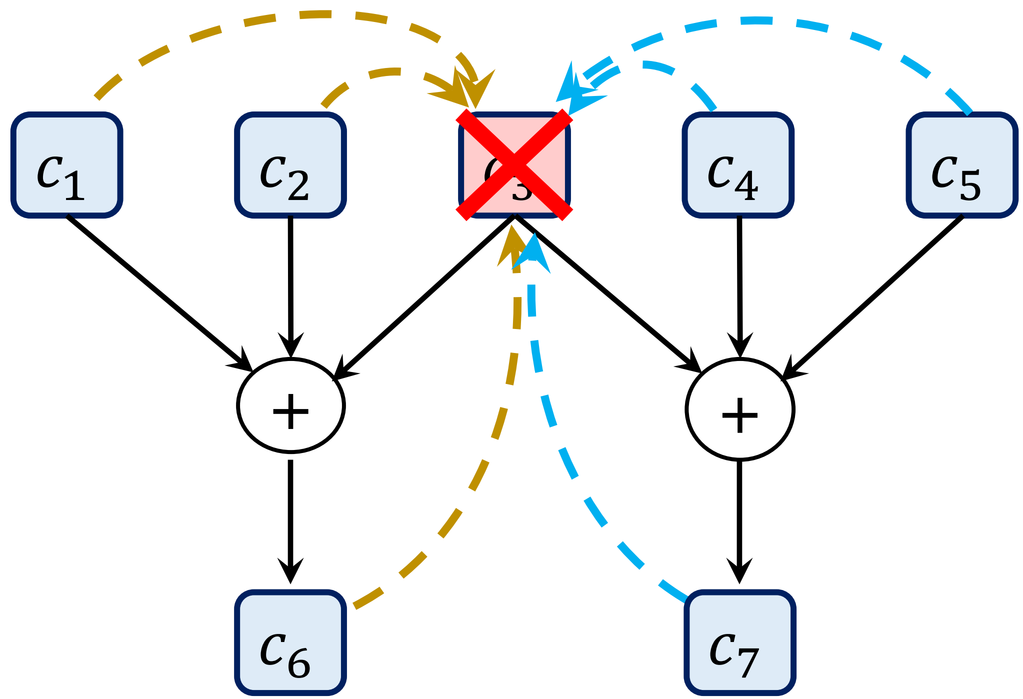
Introduction

- 가용도(Availability)

Repair set of $c_3 \Rightarrow \{c_1, c_2, c_6\}$

Repair set of $c_3 \Rightarrow \{c_4, c_5, c_7\}$

Availability of $c_3 \Rightarrow 2$



1. Introduction

1) 부분접속 복구 부호

2) 부분접속수와 가용도

2. Main

1) 부분방진과 직교 부분방진

2) 직교 부분방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

3. Conclusion

부분방진

- $2 \leq s \leq m$에 대해 심볼집합 $\{0,1,\ldots,m-1\}$로 구성되고 m개 심볼들이 정확히 s번 나타나는 $s \times m$ 배열을 **"부분방진"**이라 한다.

0	0	0	1
1	1	2	2
2	3	3	3

0	1	2	3
0	1	2	3
0	1	2	3

3×4 부분방진

직교 부분방진

- 크기가 $s \times m$인 두 부분 방진 $A = (a_{ij})$와 $B = (b_{ij})$의 모든 원소의 순서쌍 (a_{ij}, b_{ij}) 목록에 반복이 없다면 두 부분방진 A와 B는 "**직교**"한다고 한다.

0	1	2	3
0	1	2	3
0	1	2	3

0	0	0	1
1	1	2	2
2	3	3	3

0 0	1 0	2 0	3 1
0 1	1 1	2 2	3 2
0 2	1 3	2 3	3 3

부분 방진 ⟷ 이진 행렬

0 0	**0** 1	**0** 2	**1** 3
1 4	**1** 5	**2** 6	**2** 7
2 8	**3** 9	**3** 10	**3** 11

3×4 부분방진

⟷

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccccccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array} & \begin{pmatrix}
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{pmatrix}
\end{array}$$

4×12 이진 행렬

직교 부분 방진 ⟷ 이진 행렬

0	1	2	3
0	1	2	3
0	1	2	3

0	0	0	1
1	1	2	2
2	3	3	3

3×4 직교 부분방진

⟷

$$\begin{pmatrix} 1000\ 1000\ 1000 \\ 0100\ 0100\ 0100 \\ 0010\ 0010\ 0010 \\ 0001\ 0001\ 0001 \\ 111\ 000\ 000\ 000 \\ 000\ 111\ 000\ 000 \\ 000\ 000\ 111\ 000 \\ 000\ 000\ 000\ 111 \end{pmatrix}$$

8×12 이진 행렬

직교 부분 방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

정의 1.

1) $A_Q = I_m \otimes 1_s \quad \longleftrightarrow \quad s \times m$ 부분방진 Q

$$\begin{bmatrix} 111\,000\,000\,000\,000 \\ 000\,111\,000\,000\,000 \\ 000\,000\,111\,000\,000 \\ 000\,000\,000\,111\,000 \\ 000\,000\,000\,000\,111 \end{bmatrix} \longleftrightarrow$$

$A_Q = I_5 \otimes 1_3$

s times

0	0	0	1	1
1	2	2	2	3
3	3	4	4	4

3×5 부분방진 Q

직교 부분 방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

정의 1.

2) $A_R = 1_s \otimes I_m$ ⟷ $s \times m$ 부분방진 R

$$\begin{pmatrix} 10000\,10000\,10000 \\ 01000\,01000\,01000 \\ 00100\,00100\,00100 \\ 00010\,00010\,00010 \\ 00001\,00001\,00001 \end{pmatrix}$$

$A_R = 1_3 \otimes I_5$

⟷

0	1	2	3	4
0	1	2	3	4
0	1	2	3	4

3×5 부분방진 R

직교 부분 방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

정리 1.

$2 \le s \le m$ 에 대해 크기가 같은 $s \times m$ 두 부분방진 R와 Q은 직교한다.

0 0	**1** 1	**2** 2	**3** 3	**4** 4
0 5	**1** 6	**2** 7	**3** 8	**4** 9
0 10	**1** 11	**2** 12	**3** 13	**4** 14

3×5 부분방진 R

0 0	**0** 1	**0** 2	**1** 3	**1** 4
1 5	**2** 6	**2** 7	**2** 8	**3** 9
3 10	**3** 11	**4** 12	**4** 13	**4** 14

3×5 부분방진 Q

직교 부분 방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

정리 2.

지금까지 논의한 모든 용어를 가정하자. 패리티 검사 행렬 H를 다음과 같이 구성하자.

$$H = \begin{pmatrix} A_Q \\ \hdashline A_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_m \otimes 1_s \\ \hdashline 1_s \otimes I_m \end{pmatrix}$$

위의 H로 정의된 부호는 $(n = sm, k, r = s - 1, t = 2)_2$ 부분접속 복구 부호이며, 여기서 차원 k는 다음과 같이 주어진다.

$$k = \begin{cases} n - (2m - \frac{m}{s}), & \text{for } m \equiv 0 \pmod{s} \\ n - (2m - 1), & \text{for } m \not\equiv 0 \pmod{s}. \end{cases}$$

직교 부분 방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

Example) $\boldsymbol{s = 3, m = 4}$

0	0	0	1
1	1	2	2
2	3	3	3

0	1	2	3
0	1	2	3
0	1	2	3

$$H = \begin{pmatrix} A_Q \\ A_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 111000000000 \\ 000111000000 \\ 000000111000 \\ 000000000111 \\ \hline 1000\,1000\,1000 \\ 0100\,0100\,0100 \\ 0010\,0010\,0010 \\ 0001\,0001\,0001 \end{pmatrix}$$

위의 H로 정의된 부호는 $(n = 12, k = 5, r = 2, t = 2)_2$-부분접속 복구 부호이다.

1. Introduction

1) 부분접속 복구 부호

2) 부분접속수와 가용도

2. Main

1) 부분방진과 직교 부분방진

2) 직교 부분방진 기반으로 설계한 부분접속 복구 부호

3. Conclusion

Conclusion

- ✓ 제안하는 두 부분방진이 직교임을 보임
- ✓ 직교 부분방진을 기반으로 이진 부분접속 복구 부호를 설계하고 정확한 차원을 계산
- ✓ 제안하는 부분접속 복구부호는 부분접속수(Locality)를 고정하고서도 부호의 길이를 무한히 선택할 수 있는 장점이 있음