



# M-sequence를 활용하여 설계한 짧은 길이의 LDPC 부호의 성능

2022 IPNT Conference

연세대학교 채널코딩연구실  
김대경, 김원준, 조현우, 송홍엽

2022.11.04



# 목차

- ① 서론
- ② LDPC 부호와 m-sequence
- ③ M-sequence를 활용한 LDPC 부호 생성
- ④ 시뮬레이션 및 성능
- ⑤ 결론



# 서론

- 위성 항법 시스템에 사용되는 채널코드는 대개 길이 1000 내외의 강력한 오류정정 능력을 요구
- 채널코드의 하나인 LDPC 부호는 무선통신 및 위성 항법 시스템 등 많은 디지털 통신분야에서 사용
- *M-sequence*는 여러 랜덤 특성을 지니며 LFSR을 통해 쉽게 생성 가능
- *M-sequence* 를 이용하여 기존 [1,2]와 유사한 방식으로 부호율 1/2 및 길이 1020, 252인 LDPC 부호의 설계
- 설계한 부호의 *weight* 분포와 오류정정 성능을 확인

[1] Moriyama, S. & Tsuneda, A. 2016, A study on construction of Low-Density Parity-Check codes using nonlinear feedback shift registers, 2016 ICTC, Jeju, Korea, Oct 19-21 2016, pp.697-699.

[2] Kim, W.-J., Cho, H.-W., & Song, H.-Y. 2020, Analysis of performance of LDPC Code with Parity check matrix constructed based on m-sequence, 2020 KICS summer Conf., Yongpyong, Korea, Aug 12-14 2020, pp.575-576.



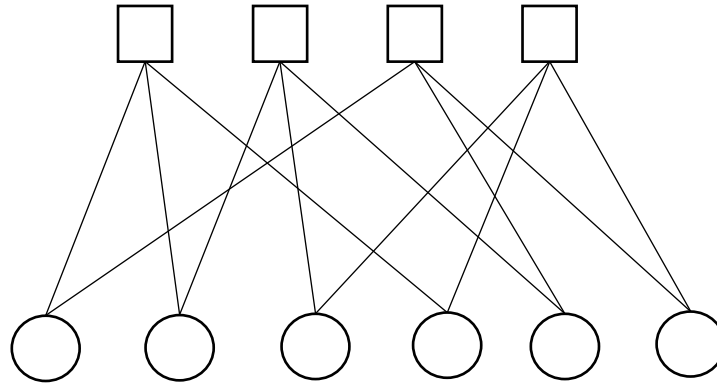
# 목차

- ① 서론
- ② **LDPC 부호와 m-sequence**
- ③ *M-sequence*를 활용한 LDPC 부호 생성
- ④ 시뮬레이션 및 성능
- ⑤ 결론



# Low-Density Parity-Check (LDPC) 부호

- 0이 아닌 원소가 희소하게 존재하는 parity check 행렬을 가지는 선형부호
- Tanner 그래프로 표현되며 반복적인 신뢰 전파 복호로 우수한 오류정정 특성

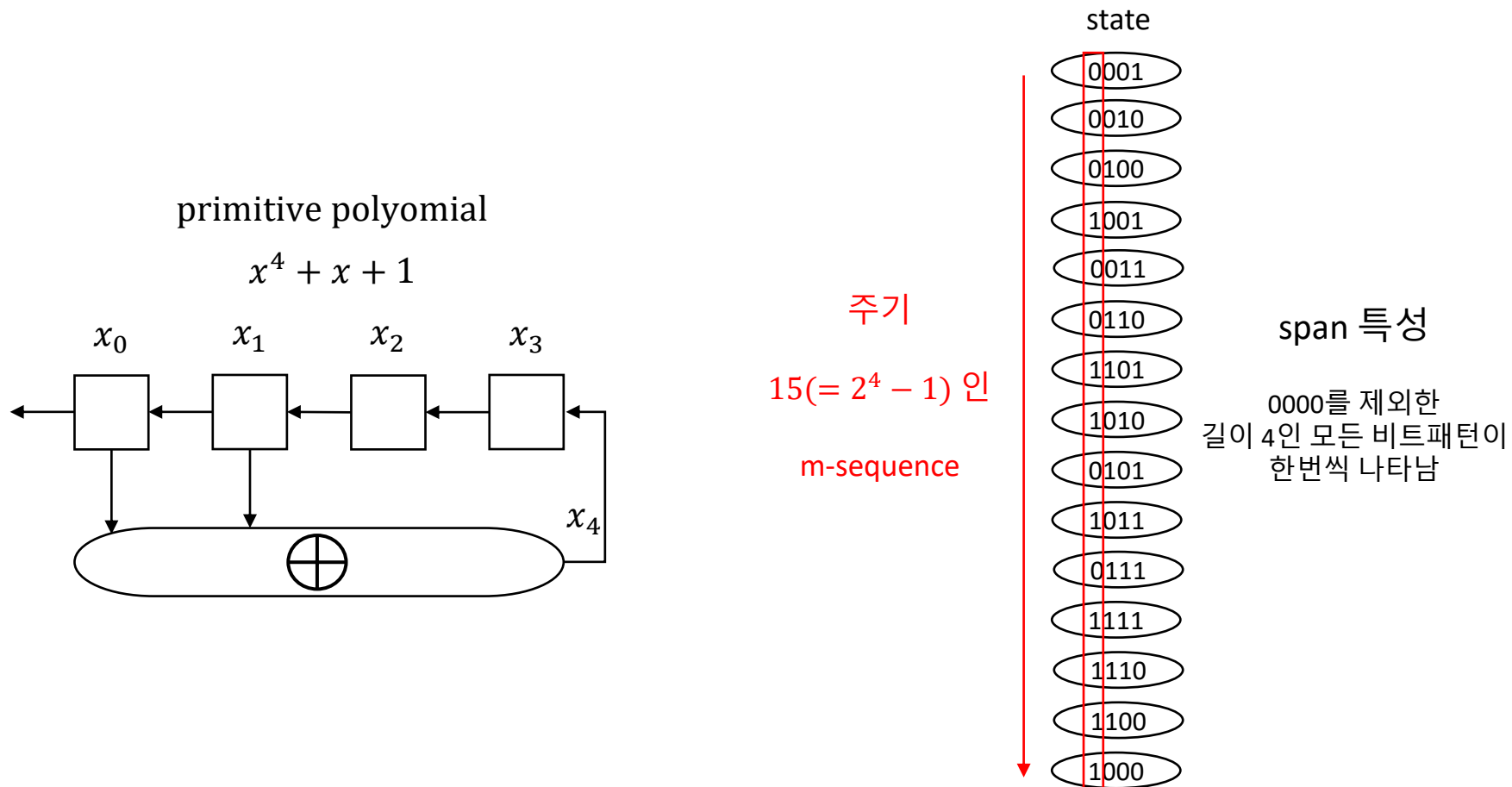


- 5G NR, WLAN와 같은 무선통신, GPS와 같은 위성 항법 시스템 등에서 사용



# M-sequence

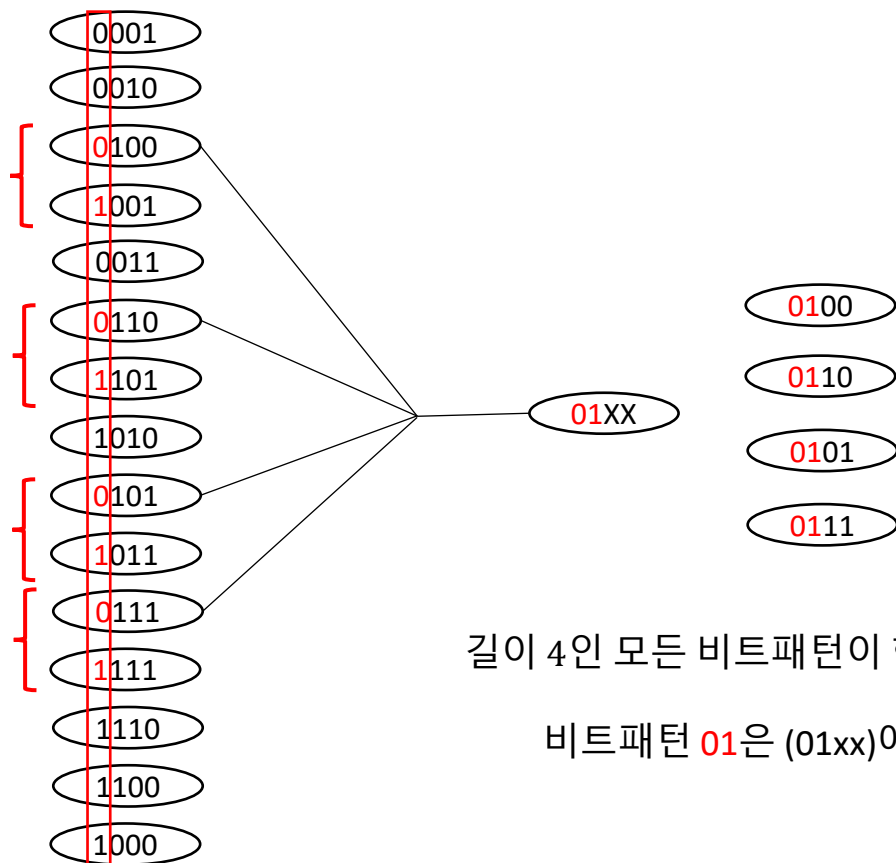
- Linear Feedback Shift Register (LFSR)에서 출력가능한 가장 긴 주기의 수열
- Span 특성 등 여러 랜덤특성을 지님





# M-sequence의 특성

- 주기가  $2^L - 1$ 인 m-sequence의 한 주기에서  
 $L$ 보다 작은  $k$  길이의 비트패턴은  $2^{L-k}$  번 나타남 [2].

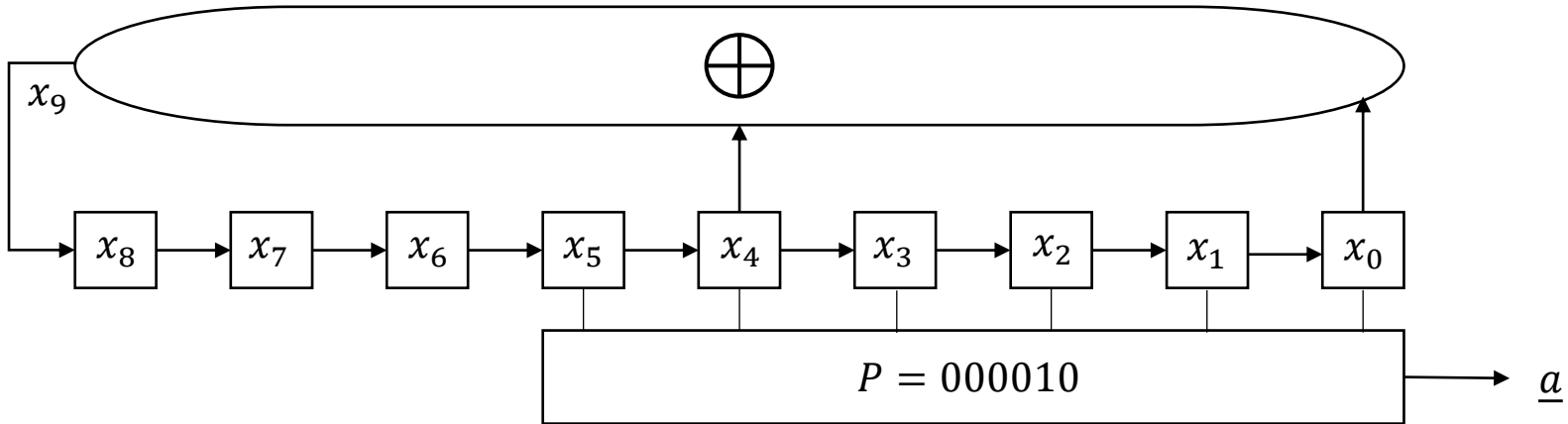


[2] Kim, W.-J., Cho, H.-W., & Song, H.-Y. 2020, Analysis of performance of LDPC Code with Parity check matrix constructed based on m-sequence, 2020 KICS summer Conf., Yongpyong, Korea, Aug 12-14 2020, pp.575-576.



# Filtered sequence a 생성

LFSR : 연결다항식 =  $x^9 + x^4 + 1$



- a : 비트패턴  $P = 000010$  을 스캔

길이 6인 비트패턴 000010은

(000010xxx)에서 한번씩 총 **8** =  $2^3$ 번 나타남





# M-sequence의 특성

## Definition [3]

이진수열  $\{s(k)\}$ 와  $\{t(k)\}$ 의 모든  $k$ 에 대해 다음 관계

$$t(k) = s(dk)$$

를 만족하면  $t(k)$ 를  $s(k)$ 의  **$d$ -decimation**이라 부른다.

$$(a_0, a_1, a_2, \dots) \text{의 } d\text{-decimation} : (a_0, a_{1d}, a_{2d}, \dots)$$

- 주기  $P$ 인 이진수열  $\{s(k)\}$ 의  $d$ -decimation은  $\gcd(P, d) = 1$ 인 경우에  $\{s(k)\}$ 와 같은 주기  $P$ 를 갖는다[3]
- 주기  $2^L - 1$ 인 어떤 m-sequence의  $d$ -decimation은  $\gcd(2^L - 1, d) = 1$ 인 경우에 cyclically distinct한 m-sequence이다



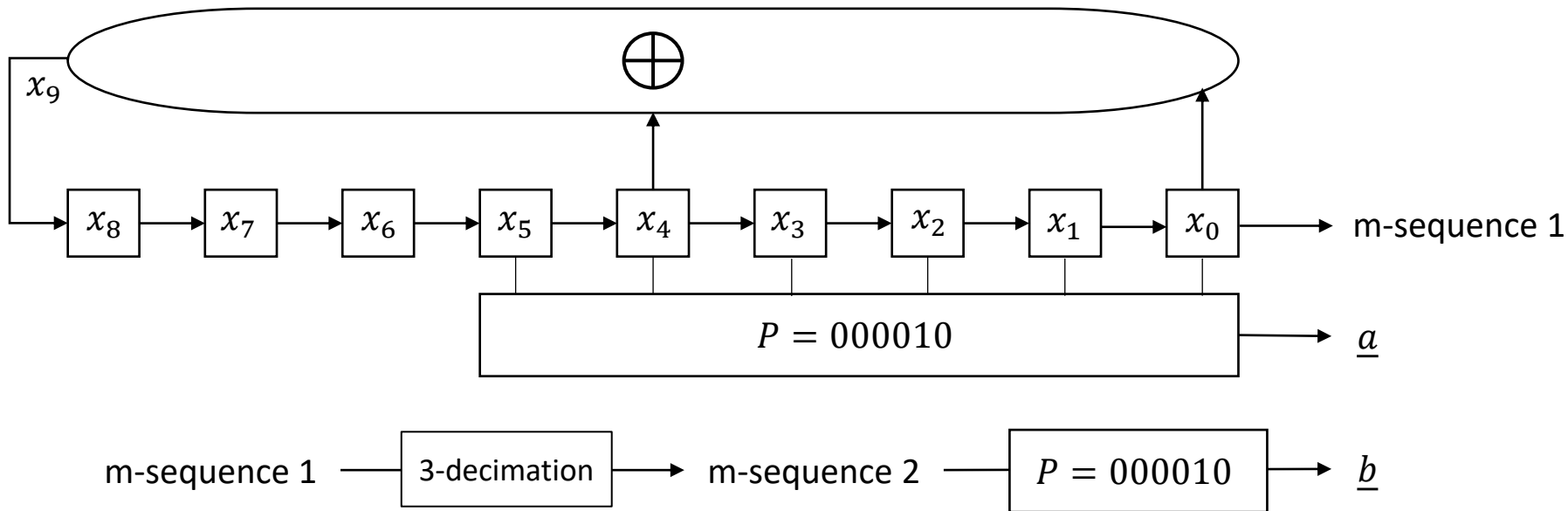
# 목차

- ① 서론
- ② LDPC 부호와 m-sequence
- ③ **M-sequence를 활용한 LDPC 부호 생성**
- ④ 시뮬레이션 및 성능
- ⑤ 결론



# Filtered sequence 생성 (L=9)

LFSR : 연결다항식 =  $x^9 + x^4 + 1$



- m-sequence 1 : LFSR에 초기값 11111111 을 주어 생성
- **m-sequence 2 : m-sequence 1의 3-decimation**
- $\underline{a}$  : m-sequence 1 에서 비트패턴  $P = 000010$  을 스캔 (510비트)
- $\underline{b}$  : m-sequence 2 에서 비트패턴  $P = 000010$  을 스캔 (510비트)

'1'이  $8(= 2^9/2^6)$ 비트 생성



# $H_1$ 행렬 생성

255 × 510 사이즈

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{508} & a_{509} \\ a_{509} & a_0 & \dots & a_{507} & a_{508} \\ a_{508} & a_{509} & \dots & a_{506} & a_{507} \\ a_{507} & a_{508} & \dots & a_{505} & a_{506} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{256} & a_{257} & \dots & a_{254} & a_{255} \end{pmatrix}$$

255 × 510 사이즈

$$B = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_{508} & b_{509} \\ b_{509} & b_0 & \dots & b_{507} & b_{508} \\ b_{508} & b_{509} & \dots & b_{506} & b_{507} \\ b_{507} & b_{508} & \dots & b_{505} & b_{506} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{256} & b_{257} & \dots & b_{254} & b_{255} \end{pmatrix}$$

$$H_1 = \left( \begin{array}{c|c} A & I_{510} \end{array} \right) \quad 510 \times 1020 \text{ 사이즈}$$



# $H_1$ weight 분포

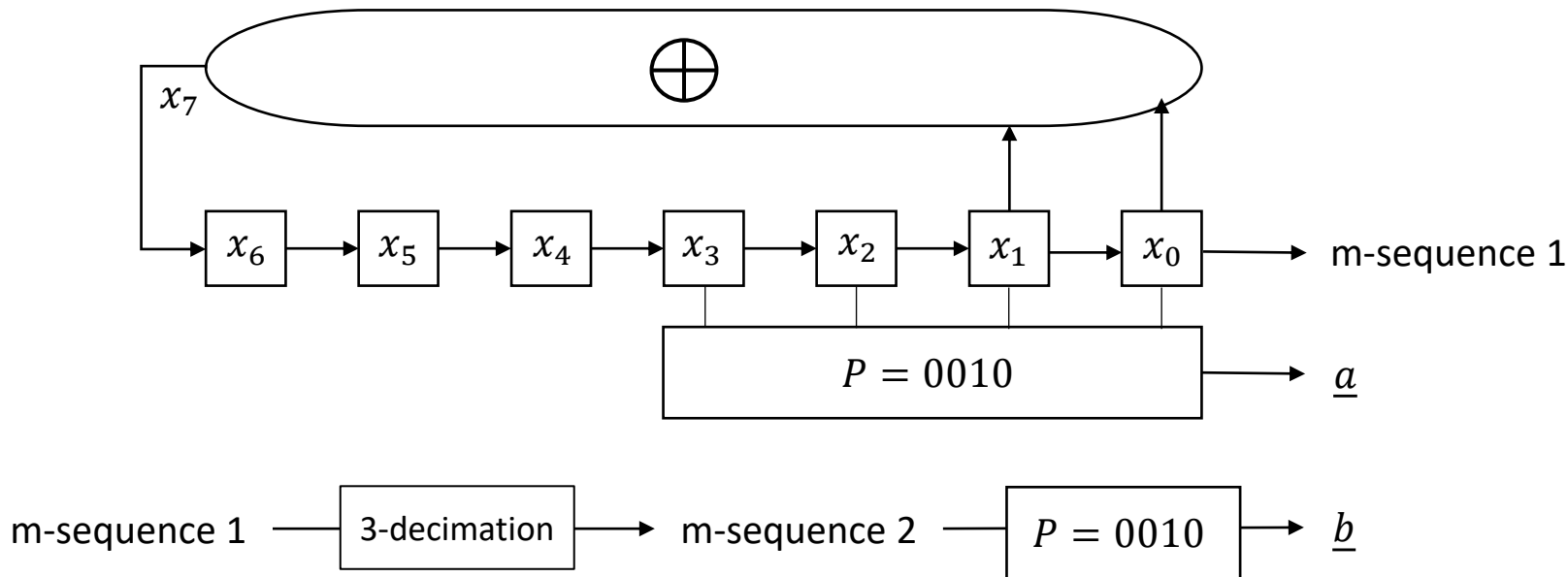
- 좌측 (A,B) 부분( $510 \times 510$ )의 weight 분포

Weight	Row		Column	
	Number	Ratio	Number	Ratio
7			134	0.263
8	510	1	242	0.474
9			134	0.263
Total	510	1	510	1



# Filtered sequence 생성 (L=7)

LFSR : 연결다항식 =  $x^7 + x + 1$



- m-sequence 1 : LFSR에 초기값 1111111 으로 생성
- **m-sequence 2 : m-sequence 1의 3-decimation**
- $\underline{a}$  : m-sequence 1 에서 비트패턴  $P = 0010$  을 스캔 (126비트)
- $\underline{b}$  : m-sequence 2 에서 비트패턴  $P = 0010$  을 스캔 (126비트)

'1'이  $8(= 2^7/2^4)$ 비트 생성



# $H_2$ 행렬 생성

63 × 126 사이즈

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{124} & a_{125} \\ a_{125} & a_0 & \dots & a_{123} & a_{124} \\ a_{124} & a_{125} & \dots & a_{122} & a_{123} \\ a_{123} & a_{124} & \dots & a_{121} & a_{122} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{64} & a_{65} & \dots & a_{62} & a_{63} \end{pmatrix}$$

63 × 126 사이즈

$$B = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_{124} & b_{125} \\ b_{125} & b_0 & \dots & b_{123} & b_{124} \\ b_{124} & b_{125} & \dots & b_{122} & b_{123} \\ b_{123} & b_{124} & \dots & b_{121} & b_{122} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{64} & b_{65} & \dots & b_{62} & b_{63} \end{pmatrix}$$

$$H_2 = \left( \begin{array}{c|c} A & \\ \hline & I_{126} \end{array} \right) \quad 126 \times 252 \text{ 사이즈}$$



## $H_2$ weight 분포

- 좌측 (A,B) 부분( $510 \times 510$ ) 의 weight 분포

Weight	Row		Column	
	Number	Ratio	Number	Ratio
5			19	0.151
6			19	0.151
7			15	0.119
8	126	1	20	0.159
9			15	0.119
10			19	0.151
11			19	0.151
Total	126	1	126	1





# 목차

- ① 서론
- ② LDPC 부호와 m-sequence
- ③ M-sequence를 활용한 LDPC 부호 생성
- ④ 시뮬레이션 및 성능**
- ⑤ 결론

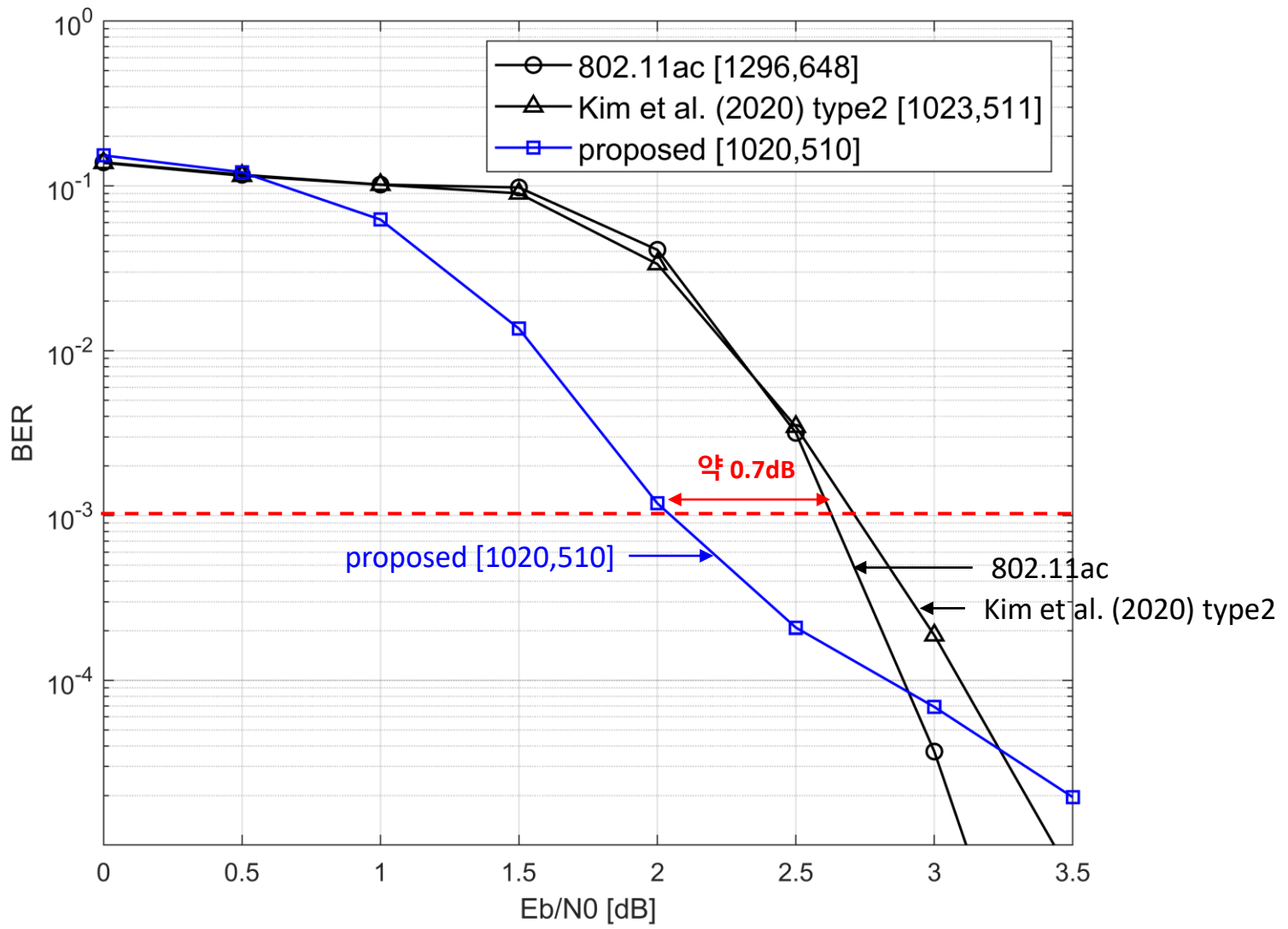


# 시뮬레이션

- AWGN 채널 및 BPSK 변조 가정
- Sum-product 방식의 복호, 최대 iteration 50회
- $E_b/N_0$ 에 따른 Bit Error Rate(BER)을 확인
- 비슷한 방식으로 생성된 LDPC 부호들과 성능 비교

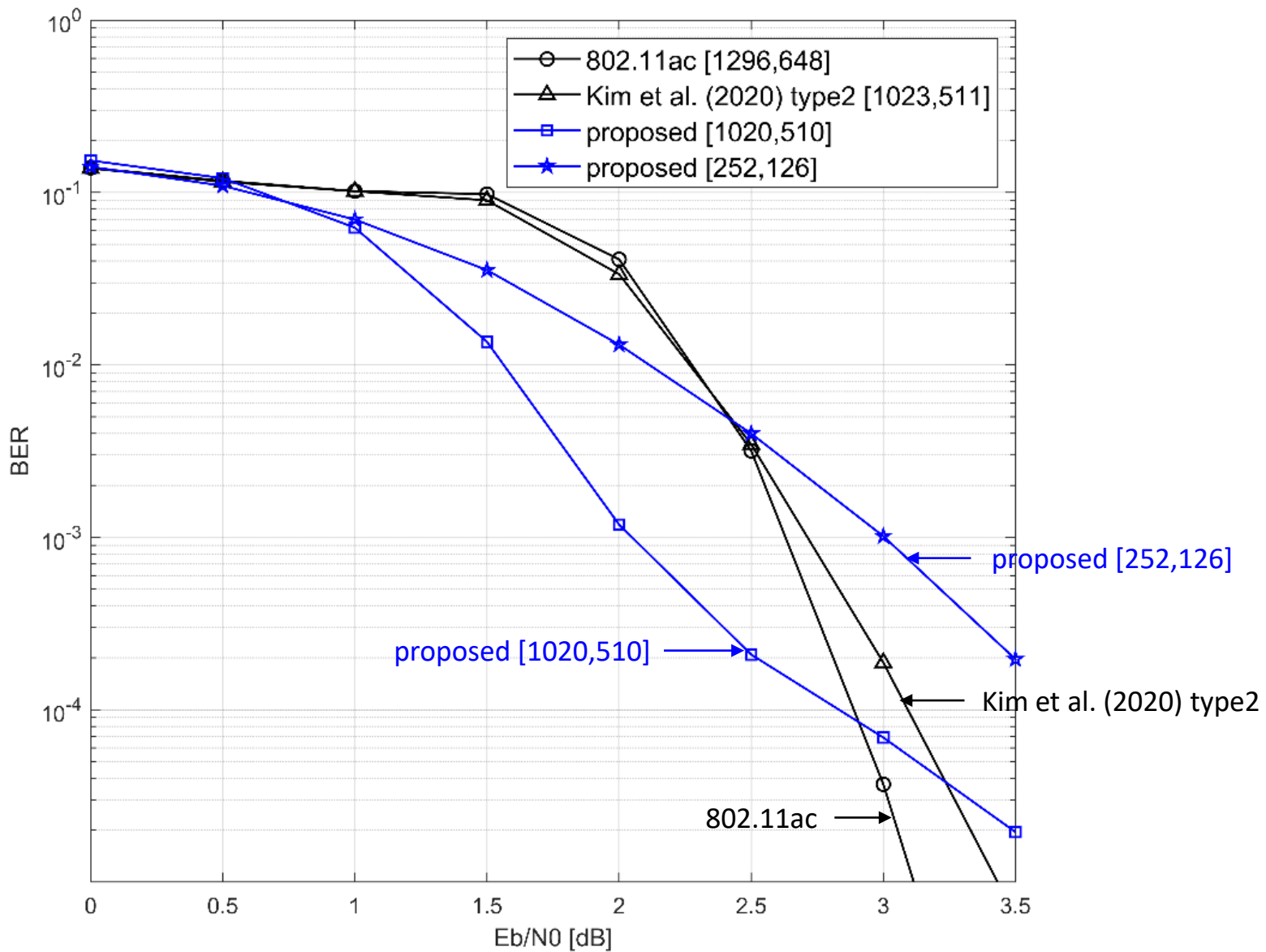


# 성능비교





# 성능비교





# 목차

- ① 서론
- ② LDPC 부호와 m-sequence
- ③ M-sequence를 활용한 LDPC 부호 생성
- ④ 시뮬레이션 및 성능
- ⑤ **결론**



# 결론

- 2개의 m-sequence를 활용하여 LDPC부호를 설계하고 성능을 비교
- 생성한 1020길이의 부호는 비슷한 1296 길이의 802.11ac의 부호에 비해 좋은 성능을 보임
- 상대적으로 짧은 252 길의 부호의 성능이 비교하는 부호들에 비해 크게 뒤쳐지지 않음
- 향후 GNSS에 적용을 위해 오류마루 현상을 억제하는 방법에 대한 연구 고려가능



Thank you