오일러를 앞선
최석정의 오일러방진

한국수학사학회 가을 학술발표회 초청강연
2013. 11. 23

송홍엽
hysong@yonsei.ac.kr
http://coding.yonsei.ac.kr
연세대학교 전기전자공학부

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- 라틴방진의 응용 4가지
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- 요약 및 참고문헌

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- 라틴방진의 응용 4가지
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- 요약 및 참고문헌

오일러 앞지른 최석정

직교라틴방진 기록한 최초의 문헌 구수략

글 강석기 기자 sukki@donga.com

2008년 8월호 월간 과학동아

"**연세대 전기전자 공학부 송홍엽 교수**의 노력으로 마침내 **최석정**의 업적이 해외 학계에서 **공인**됐습니다. **'Handbook of Combinatorial Designs'**라는 책에 **최석정**이 나왔습니다. 인터넷에서 책의 원문을 보여주고 있습니다. 12페이지에 나옵니다. **최석정의 업적이** 역사적인 관점에서 **매우 훌륭하게 소개됐다고** 생각합니다."

지난 6월 2일 오전, 기자는 **KAIST 수학과 한상근 교수**가 전날 저녁 흥분이 가시지 않은 상태에서 쓴 것으로 보이는 e메일을 읽었다. '무슨 얘기지…?' 한 교수가 알려준 사이트에 들어가 책을 보니 정말 12페이지에 아래와 같은 글이 있었다.

The literature on latin squares goes back at least 300 years to the monograph Koo-Soo-Ryak by Choi Seok-Jeong (1646-1715); he uses orthogonal latin squares of order 9 to construct a magic square and notes that he cannot find orthogonal latin squares of order 10.

라틴방진을 다룬 문헌은 적어도 300년 전 최석정(1646-1715)의 '구수략'까지 거슬러 올라간다. 그는 마방진을 만들려고 9차 직교라틴방진을 이용했고 10차 직교라틴방진을 만드는데는 실패했다고 적었다.

이날 오후 기자는 연세대 송 교수의 연구실 문을 두드렸다….

2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서

[기본 신상정보] 최석정
崔錫鼎
Choi Seok-Jeong
1646(인조 24)~1715(숙종 41). 조선 후기의 문신·학자.

[사　진]

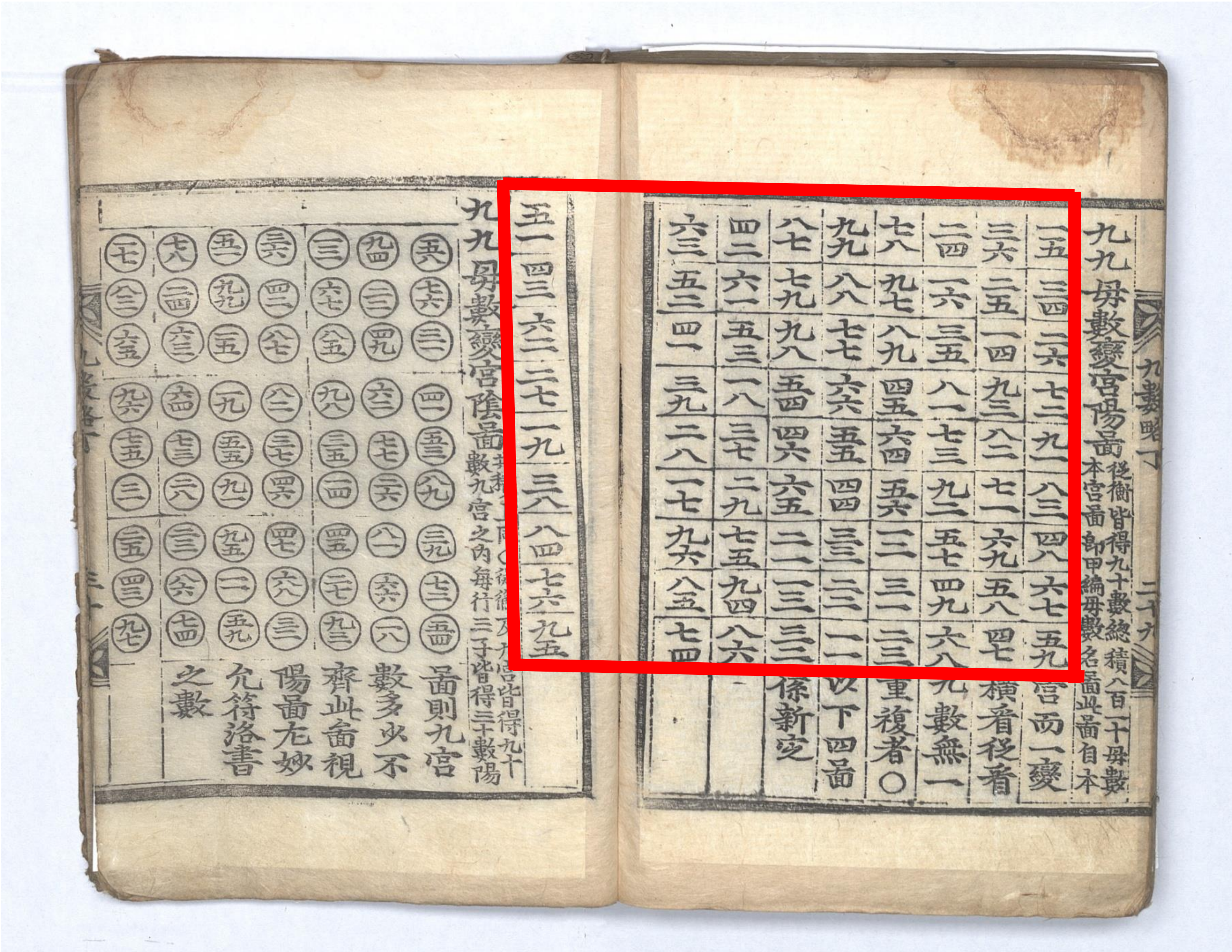
[간략소개]

조합수학의 창시자 오일러를 앞지른 조선시대 천재 수학자

- **최석정**은 당시 유럽의 발달된 수학에서도 알려지지 않았던 9차 직교 라틴 방진**(PAIR OF ORTHOGONAL LATIN SQUARES OF ORDER NINE)**을 발견했다.
- 이는 **구수략(九數略)**의 부록(附錄)인 정(丁)편 하락변수(河洛變數)에 기록되어 있으며 2007년 조합론 디자인 편람(組合論 DESIGN 便覽, **Handbook of Combinatorial Designs**, Chapman & Hall/CRC 출판)에 언급되면서 세계 최초(最初)임을 국제적으로 인정받았다.
- 조합수학 (組合數學 Combinatorial Mathematics)의 효시(嚆矢)로 알려진 **레오나드 오일러(Leonhard Euler, 1707-1783)**의 직교라틴방진에 관한 논문발표(1776)와 비교하자면 구수략이 최석정의 몰년(沒年) 1715년에 쓰인 것이라 가정해도 **61년 앞서는 결과이다.**

(**목판본**, 1700?) – 연세대학교 학술정보원

(**목판본**) – 연세대학교 학술정보원



발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- **300여년전 시작된 이야기**
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- 라틴방진의 응용 4가지
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- 요약 및 참고문헌

약 300여년 전에

최석정(崔錫鼎)
(1646년~1715년)
영의정: 1701-1710
《구수략》 저술. 1710~1715(??)

마방진을
만들기 위하여
직교라틴방진을
생성함

67 년(?)
1715(?)
61 년(?)
1782 논문발표
1776 구두발표

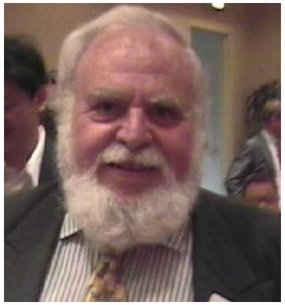
Leonhard P. Euler
(1707년 - 1783년)
스위스 출생.
러시아와 독일에서 활동.

그리고 약 60년 후에

그리고 약 210여년이 흘렀습니다.

송홍엽은 1984년부터 미국 USC에서 전기과 대학원 공부를 시작합니다.

University of Southern California
1986년 석사 졸업사진



곧 이어서 1986년 만난 박사과정 지도교수 Golomb교수님은 하바드 대학 수학박사(1957)이면서 JPL에서 디지털통신의 기초를 세우고 USC에 부임(1963)하신 전기과/수학과 겸직 교수님이었습니다.

Jet Propulsion Lab

~1991 **송홍엽** (USC, EE-SYSTEMS 박사과정)
Solomon W. Golomb 교수 (송홍엽 지도교수)

헝가리 수학자 **Jószef Dénes** (1932 - 2002)
는 **USC**를 자주 방문

- Latin Squares and Their Applications, 1974
- Latin Squares New Developments in the Theory and Applications, 1991

~1993 **한상근 교수** (KAIST 수학과)

- **구수략** 사본 (**곽도영 교수**로부터)
- 한국수학교육학회지 series A에 최석정의 9차 직교라틴방진 과 마방진에 관한 내용을 발표
  - ✓ **세계 최초 ?**

한국수학교육학회지 시리즈 A 〈수학교육〉
1993. 6. 제 32권 제 3호 205-219

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A : June 1993, Vol. 32 No. 3, 205-219

최 석정과 그의 마방진

오 윤 용(과기원)
한 상 근(과기원)

이 글에서 우리는, 조선 중기의 정치가이며 수학자였던 최 석정의 약력을 우선 소개하고, 그의 저술 '구수략'에 있는 각종 마방진에 관해서 우리가 찾아낸 몇 가지 독특한 점을 적고자 한다. 이 글을 쓸 수 있도록 '구수략'을 빌려준 곽 도영 교수께 이 자리를 빌어 감사의 말을 드린다.

1994 **Dinitz 교수** (U. Vermont)
- 아리조나 주립대의 **Colbourn 교수**와 함께 **CRC Handbook of Combinatorial Designs** 을 준비 시작.
- 초판은 1996년 발행

송홍엽 (Senior Engineer at Qualcomm, San Diego)
- **CRC Handbook of Combinatorial Designs** 초판에 논문을 게재
- **Dr. Taylor** 추천

1997 **송홍엽교수**(연세대학교 전자공학과)

- 독일에서 IEEE ISIT 참석 중 **Dr. Denes**가 찾아와서 한국의 수학 저널에 게재된 논문 한 편을 찾아달라고 요청
- **한상근교수님**의 논문을 처음 접하다
  - **Dr. Denes**에게 발송
  - **한상근교수님**과 최초 연락

한상근, "최석정과 그의 구수략,"
한국수학교육학회 소식지, 1998년 4월호

최석정과 그의 마방진에 관한 글(오윤용 · 한상근, 1993)을 쓴 이후에 지수귀문도에 대한 논문을 M. Baca라는 외국인이 발표한 것을 보고 필자는 한글 논문과 도표를 보내 주었다. Baca는 그것을 라틴 방진의 세계적인 전문가인 J. Denes에게 보내 주었고, Denes는 또 유럽의 학회에서 만난 연세대학교 전자공학과의 송홍엽 교수에게 보여 주었다. 송교수가 결국에는 최석정의 라틴 방진에 대한 부분을 영어로 번역하여 Denes와 Baca에게 보내 주었다.

Martin BAČA 교수
슬로바키아 기술대학
응용수학과

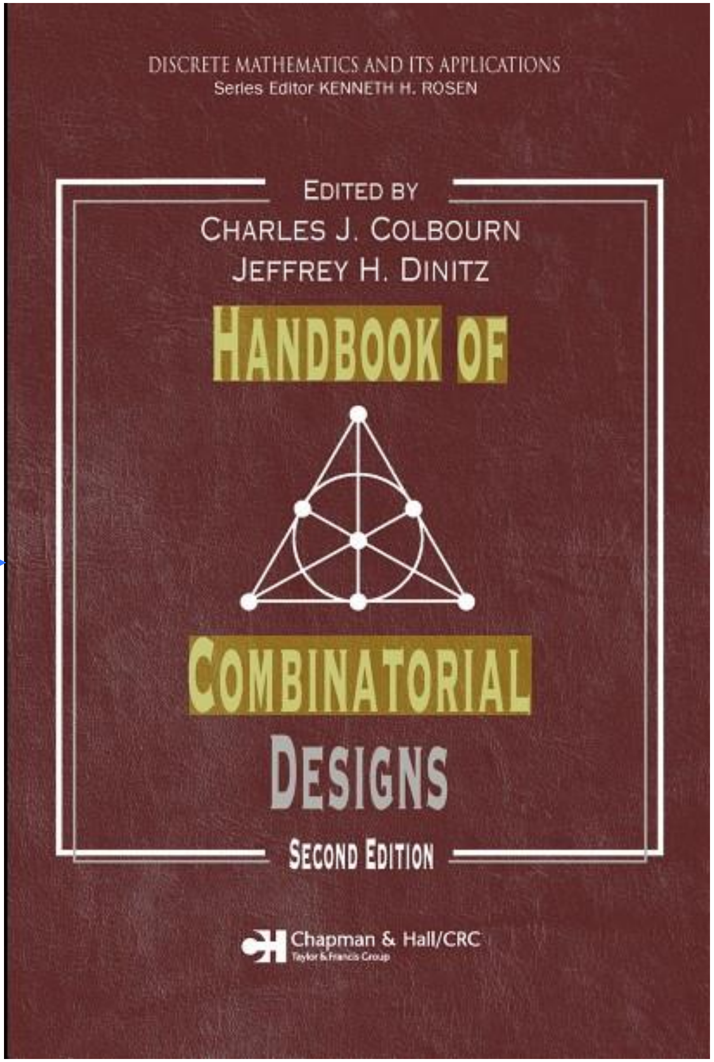
2002 **Dr. Denes** (Hungary) has passed away.

- **최석정의 직교라틴방진에 관한 내용을 공식적으로 발표할 예정(?)**
- 이루어지지 못하고 잊혀짐

2005 **송홍엽교수** (연세대학교 전기전자공학부)

- Dr. Dinitz로부터 **CRC Handbook of Combinatorial Designs** 2판을 위한 논문 update를 요청받음
- 2판에 history of combinatorial designs가 추가된 것을 확인하고 그간의 모든 기록을 정리하여 **Dr. Dinitz**에게 발송

2007



2008 **월간 과학동아 8월호 – 강석기 기자**

2 Design Theory: Antiquity to 1950

IAN ANDERSON
CHARLES J. COLBOURN
JEFFREY H. DINITZ
TERRY S. GRIGGS

The page of the book (2007)
Showing Choi's POLS of order 9

Those who do not read and understand history are doomed to repeat it. (Harry Truman)

At the time of writing, every passing year sees the addition of more than five hundred new published papers on combinatorial designs and likely thousands more employing the results and techniques of combinatorial design theory. The roots of modern design theory are diverse and often unexpected. Here a brief history is given. It is intended to provide first steps in tracing the evolution of ideas in the field.

The literature on latin squares goes back at least 300 years to the monograph *Koo-Soo-Ryak* by Choi Seok-Jeong (1646–1715); he uses orthogonal latin squares of order 9 to construct a magic square and notes that he cannot find orthogonal latin squares of order 10. It is unlikely that this was the first appearance of latin squares. Ahrens [68] remarks that latin square amulets go back to medieval Islam (c1200), and a magic square of al-Buni, c 1200, indicates knowledge of two 4×4 orthogonal latin squares. In 1723, a new edition of Ozanam's four-volume treatise [1712] presented a card puzzle that is equivalent to finding two orthogonal latin squares of order 4. Then in 1776, Euler presented a paper (*De Quadratis Magicis*) to the Academy of Sciences in St. Petersburg in which he again constructed magic squares of orders 3, 4, and 5 from orthogonal latin squares. He posed the question for order 6, now known as *Euler's 36 Officers Problem*. Euler was unable to find a solution and wrote a more extensive paper [798] in 1779/1782. He conjectured that no solution exists for order 6. Indeed he conjectured further that there exist orthogonal latin squares of all orders n except when $n \equiv 2 \pmod 4$:

> et je n'ai pas hésité d'en conclure qu'on ne saurait produire aucun quarré complet de 36 cases, et que la même impossibilité s'étende aux cas de $n = 10$, $n = 14$ et en général à tous les nombres impairement pairs.

The page of the book (2007) showing
Choi's birth place and year.

2.1 A Timeline

A very brief list of biographical data about the main contributors mentioned is given; only name, year and place of birth, and year and place of death, are given.

Name	Years	Birthplace	Place of Death
Ozanam, Jacques	1640–1717	Bouligneux	Paris
Choi Seok-Jeong	1646–1715	Korea	Korea
Euler, Leonhard	1707–1783	Basel	St Petersburg
Cretté de Palluel, Francois	1741–1798	Drancy-les-Noues	Dugny, France
Steiner, Jakob	1796–1863	Utzenstorf	Bern
Plücker, Julius	1801–1868	Elberfeld	Bonn
Kirkman, Thomas Penyngton	1806–1895	Bolton	Bowden, UK
Peirce, Benjamin	1809–1880	Salem MA	Cambridge MA
Woolhouse, Wesley Stoker Barker	1809–1893	North Shields	London
Anstice, Robert Richard	1813–1853	Madeley	Wigginton, UK
Sylvester, James Joseph	1814–1897	London	London

2008 **H.-Y. Song**, "Choi's orthogonal Latin Squares is at least 67 years earlier than Euler's," 2008 Global KMS International Conference, 2008. 10. JEJU ICC, KOREA.

2010

2011 **송홍엽**, "Choi's orthogonal Latin Squares is at least 61 years earlier than Euler's," 서울대학교 수리과학부 ε강연, 2011년 3월.

- **천정희교수님** 초청
- **김도한교수님**을 처음 뵙다.

한국수학사학회지 제23권 제3호 (2010년 8월) 21–31

최석정의 직교라틴방진

배재대학교 전산수학과 김성숙
sskim@pcu.ac.kr

배재대학교 전산수학과 강미경
mkkhang@pcu.ac.kr

2006년 이전까지도 유럽의 오일러가 직교라틴방진의 첫 연구자로서 인정을 받아왔다. 그러나 오일러 이전에 조선의 최석정이 오일러 이전에 이미 9차의 직교라틴 방진을 만들었다는 사실이 2006년 출판된 '조합론 디자인 편람'에 소개됨으로써 우리만 알고 있던 사실이 세계적으로 공인되었다. 본 논문에서는 최석정과 양휘산법의 마방진을 비교하고 세계최초로 만들어진 최석정의 직교라틴방진과 오일러 가설의 역사를 설명한다.

주제어: 마방진, 직교라틴방진, 오일러방진, 최석정, 구수략

1 들어가는 말

송홍엽 교수[1)]의 노력으로 최석정(崔錫鼎, 1646~1715)의 구수략(九數略)([4])에 적힌 직교라틴방진에 관한 업적이 2006년 11월에 발간된 조합론 디자인 편람(Handbook of Combinatorial Designs, [11]) 제 2판 서론 부분인 디자인이론(고대에서 1950년대 까지) 12쪽에 다음과 같이 나와있다.

> The literature on latin squares goes back at least 300 years to the monograph Koo-Soo-Ryak by Choi Seok-Jeong (1646–1715); he uses orthogonal latin squares of order 9 to construct a magic square and notes that he cannot find orthogonal latin squares of order 10.

1) 연세대 전기전자공학부 교수

2013 **김도한교수**(서울대 수리과학부)

● 대한민국 과학기술 명예의 전당에 최석정 추천

송홍엽, "최석정 선생, 오일러를 최소 61년 앞서 직교라틴방진을 만들다," 대한수학회 소식지, 2013년 9월호.

송홍엽, "특별기고:오일러를 앞선 최석정의 오일러방진," 한국통신학회지, 정보와통신, 2013년 10월호.

국민이 행복한 변화가 시작 됩니다!

미래창조과학부 **보 도 자 료** http://www.msip.go.kr

2013. 10. 8 (화) 조간 (온라인 10. 8. 11:30)부터 보도하여 주시기 바랍니다.

문의 : 과기인재기반과 조낙현 과장(02-2110-2590), 김옥진 사무관(02-2110-2597)

'최석정'(조선후기 유학자·수학자) '한만춘'(전 연세대 이공대학장), 2013년도 「과학기술인 명예의 전당」 헌정대상자로 선정

□ 미래창조과학부(장관 최문기)와 한국과학기술한림원(원장 박성현)은 조선후기 유학자이자 수학자인 **'최석정'** 선현과 우리나라 전기전자공학 분야를 개척한 **'한만춘'** 박사를 2013년도 『과학기술인 명예의 전당』 헌정대상자로 최종 선정했다.

○ 최석정 선현은 저서 '구수략'(九數略)*에서 세계 최초로 9차 직교라틴방진을 발견했으며, 이를 활용해 마방진을 만들었다. 이러한 업적은 조합수학의 효시라 일컫는 세계적인 수학자 오일러(Euler)의 발견보다도 60여년 이상 앞선 것이며, 국제적으로도 인정받았다.

* 구수략은 조선시대 수학책이며, 기본연산에 대한 내용뿐만 아니라 마방진(魔方陣)의 연구 등을 소개하고 있다. 마방진은 가로, 세로 n x n칸에 1부터 n의 제곱까지의 수를 한번씩 써 넣어 각 행과 열, 대각선의 각 방향의 합이 모두 같도록 만든 정방행렬을 말한다.
라틴방진은 가로, 세로 n x n 칸에 각 행과 열에 서로 다른 n개의 수를 한번씩 쓰도록 배치한 것이며, 만약 두 개의 n차 라틴방진을 하나의 방진으로 포개놓았을 때 모든 경우의 수를 표현할 수 있다면 이를 n차 직교라틴방진이라 한다. 직교라틴방진은 오늘날 여러 가지가 조합된 실험에서 최소의 실험횟수를 통해 결과를 얻는 방법 등 실험디자인에서 널리 쓰이고 있으며, 또한 이동통신시스템 설계 분야와 컴퓨터과학 분야 등 다양한 과학기술분야에서 활용되고 있다.

* 라틴방진, 직교라틴방진, 마방진 예시

2	3	1
1	2	3
3	1	2

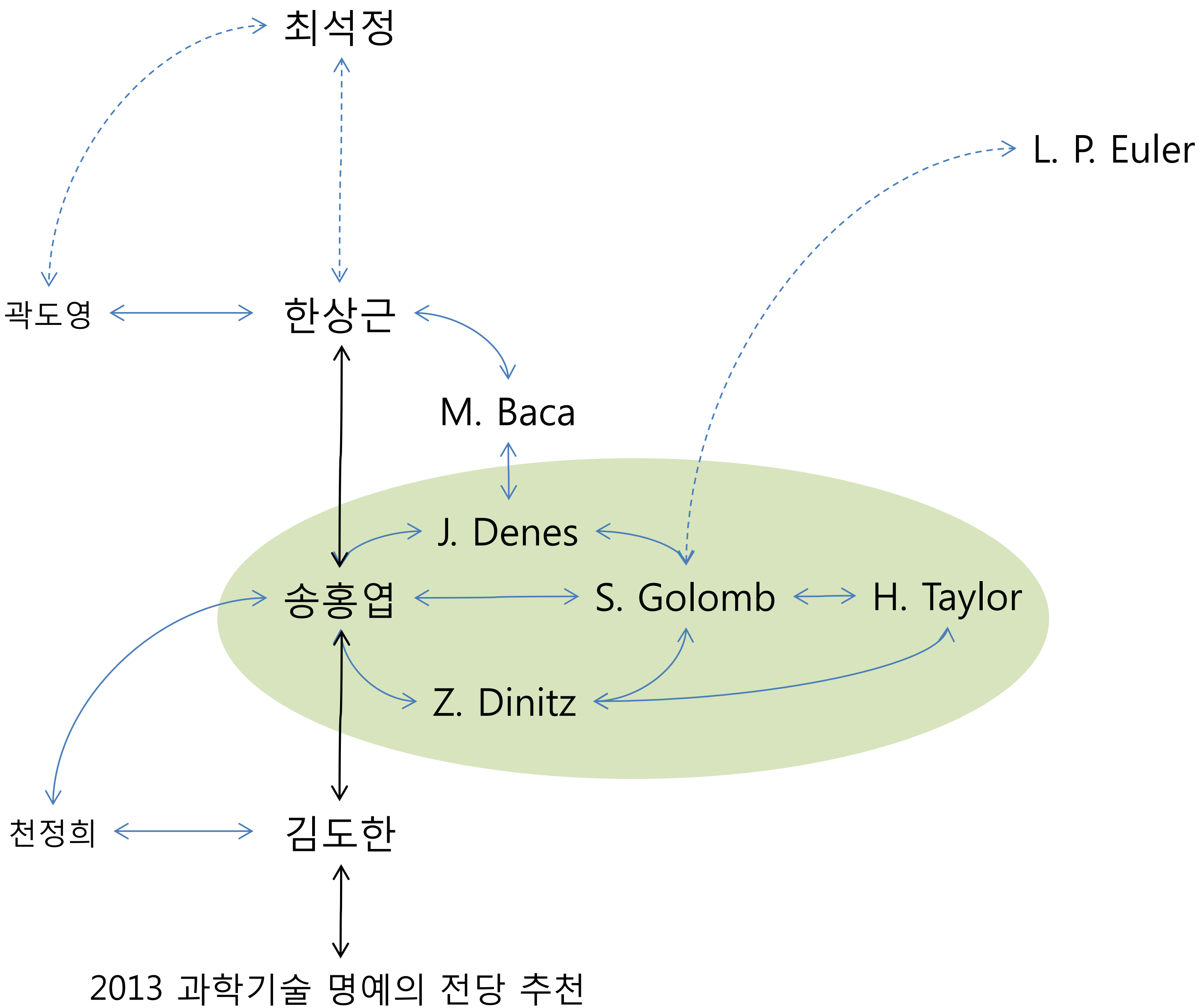
<라틴방진>

2 1	3 3	1 2
1 3	2 2	3 1
3 2	1 1	2 3

<직교라틴방진>

4	9	2
3	5	7
8	1	6

<마방진>


최석정
L. P. Euler
곽도영
한상근
M. Baca
J. Denes
송홍엽
S. Golomb
H. Taylor
Z. Dinitz
천정희
김도한
2013 과학기술 명예의 전당 추천

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- **마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개**
- 라틴방진의 응용 4가지
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- 요약 및 참고문헌

A magic square of order n with **magic constant** d is an n x n array of n^2 integers such that

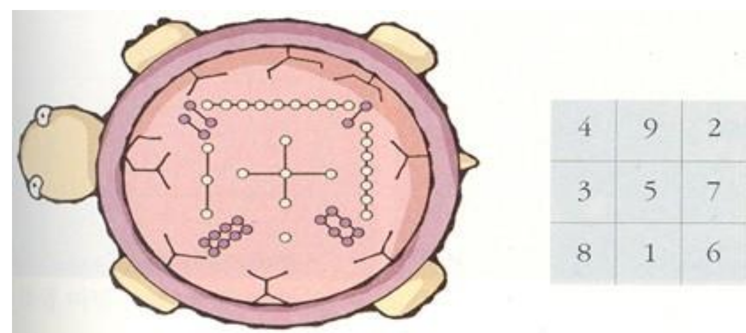
1. **Every row-sum is d**
2. **Every column-sum is d**
3. **LR diagonal-sum is d**
4. **RL diagonal-sum is d.**

A semi-magic square satisfies only the conditions 1 and 2 above.

A normal magic square has entries $1,2,\ldots,n^2$.

Lo Shu [洛書] (낙서)

약 BC 650년경



There have been lots of ways to generalize the magic squares:

magic circles, magic cubes, magic graphs, magic series, magic tesseracts, magic hexagons, magic diamonds, magic domino tilings, magic stars, bimagic squares, trimagic squares, etc.

Magic square of order 4 (non-normal)
S. Ramanujan (1887 – 1920, India)

22	12	18	87
21	84	32	2
92	16	7	24
4	27	82	26

← His birthday !

Magic constant = 139

G. H. Hardy and S. Ramanujan

A **Latin Square** of order n is an n x n array of n different **symbols** such that each row and each column is a **permutation** of these n symbols.

1

1	2
2	1

1	**2**	**3**
3	**1**	**2**
2	**3**	**1**

1	**2**	**3**
2	**3**	**1**
3	**1**	**2**

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

- **Diagonal latin square** has a diagonal which is also a permutation of n symbols.
- **Double-Diagonal latin square** has both diagonals which are permutation of n symbols.
- **Symmetric latin square** is a symmetric matrix along the main diagonal

Two latin squares $A=(a_{ij})$ and $B=(b_{ij})$ of order n are called a **pair of orthogonal latin squares** (**POLS**, or a **graeco-latin square,** or an **Euler square**) of order n if the n^2 ordered pairs (a_{ij},b_{ij}) are all distinct for $1 \le i,j \le n$.

In this case, we say that A is orthogonal to B or vice versa.

Euler's 36 officers Problem (1776/1782)

여섯 개의 서로 다른 군부대 각각에서

소위/중위/대위/소령/중령/대령을 한 명씩 모아서

총 36명을 6열x6행으로 세우는데,

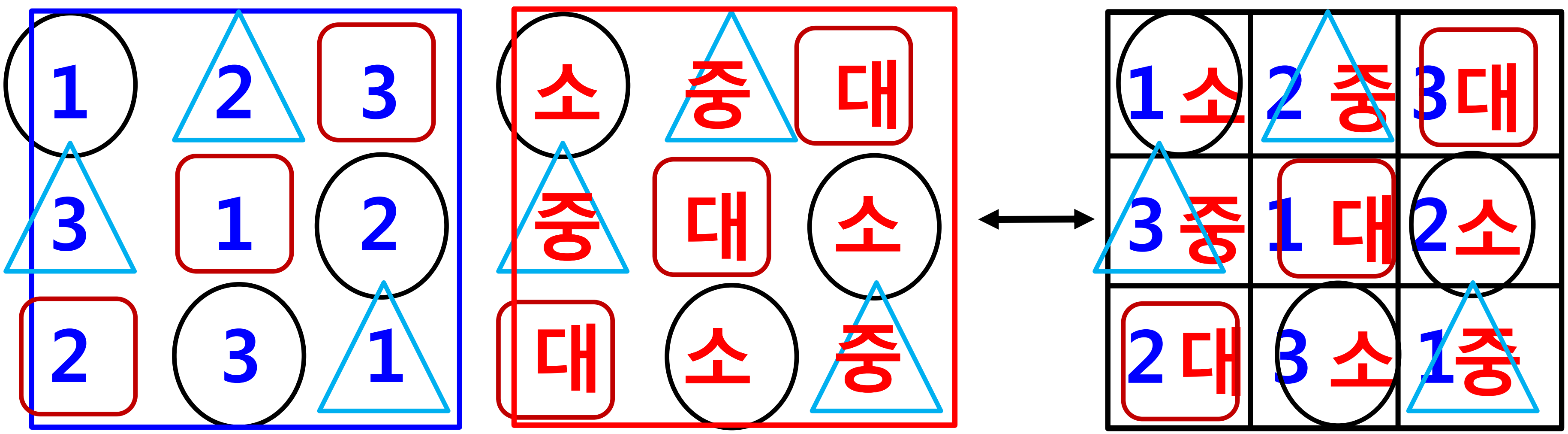
모든 **열**과 **행**의 **여섯** 사람들이

부대도 모두 다르고

계급도 모두 다르게 세울 수 있는가?

Euler's 36 officers Problem (1776/1782)

9 officers (toy) problem ?
– YES, a solution exists.



A Latin square of order n has <u>an orthogonal mate</u>
if and only if
it can be decomposed into <u>n disjoint transversals</u>.

오일러의 36 장교 문제
=
6차 직교라틴방진이 존재하는가

Euler further **conjectured** that there do **not** exist **POLS** of orders 4k+2 for ALL k = 1, 2, 3, 4, ...

Euler, L., *Recherches sur une nouvelle espece de quarres magiques* **(1776/1782).**

It turns out that **no** POLS of order **6** exists.

Tarry, G. "Le problème de 36 officiers." *Compte Rendu de l'Assoc. Français Avanc. Sci. Naturel* **1**, 122-123, 1900.

It turns out **HOWEVER** that **there exists a POLS of all the other remaining orders of the form 4k+2 for $k \geq 2$.**

Parker, E. T. "Orthogonal Latin Squares." *Not. Amer. Math. Soc.* **6**, 276, 1959.

Bose, R. C.; Shrikhande, S. S.; and Parker, E. T. "Further Results on the Construction of Mutually Orthogonal Latin Squares and the Falsity of Euler's Conjecture." *Canad. J. Math.* **12**, 189, 1960.

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- **라틴방진의 응용 4가지**
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- 요약 및 참고문헌

Application I: 스도쿠

France – late 19th
not exactly of this form

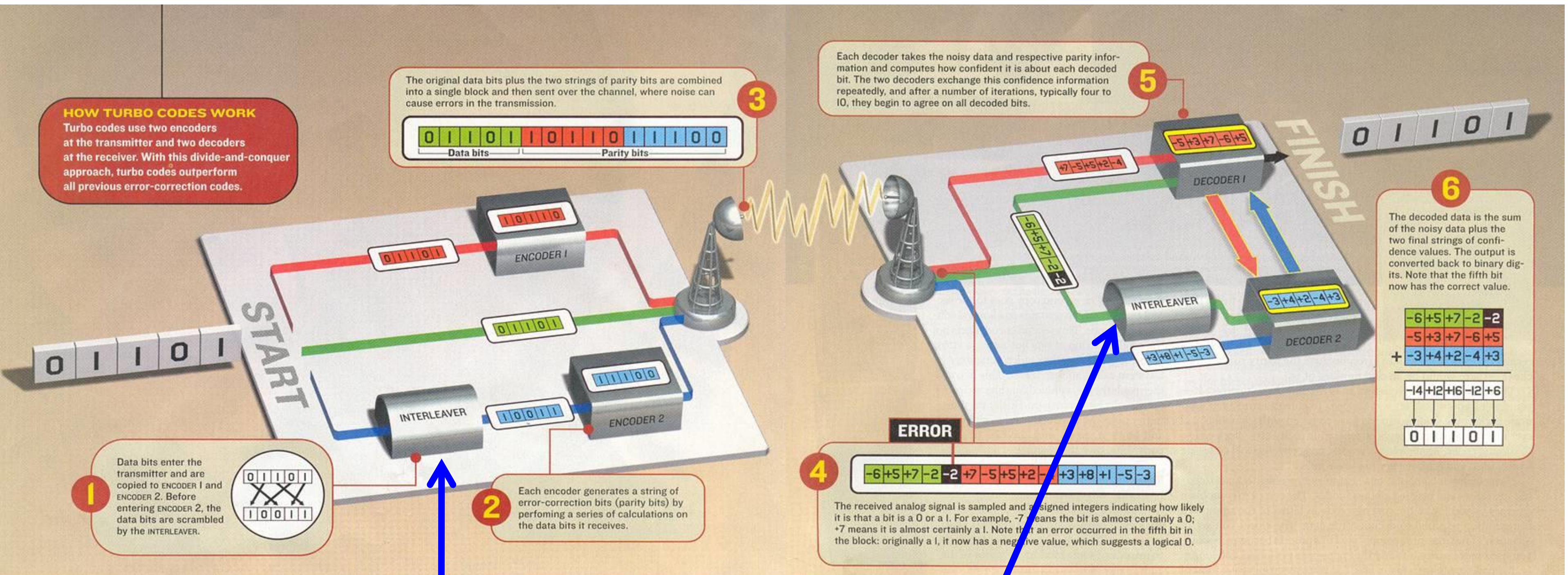
USA - 1979 by Dell Magazines as Number Place (the earliest known examples of modern Sudoku).

Japan - 1984

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Application II: 이동통신시스템의 채널코딩

Dae-Son Kim, Hyun-Young Oh, and Hong-Yeop Song,
"Collision-free Interleaver composed of a **Latin Square Matrix** for **Parallel-architecture Turbo Codes**,"
IEEE Communications Letters,
vol. 12, Issue 3, pp. 203-205, March 2008.



INTERLEAVER – PARALLELIZE??

Application III: 병열접속문제

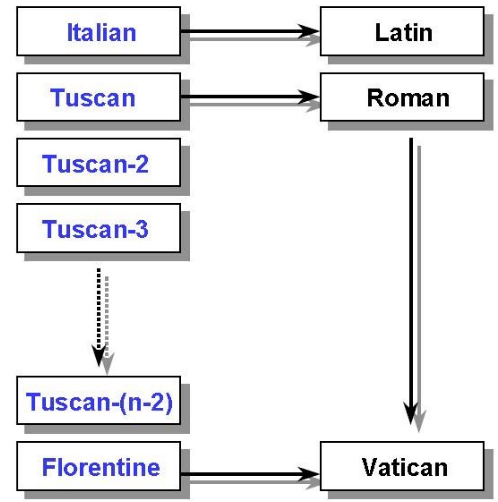
Kichul Kim and Viktor K. Prasanna,
"**Latin Squares** for **Parallel Array Access**,"
IEEE Transactions and Parallel and Distributed Systems,
vol. 4, Issue 4, pp. 361-370, April 1993.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	0	1	2
6	7	8	0	1	2	3	4	5
2	0	1	5	3	4	8	6	7
5	3	4	8	6	7	2	0	1
8	6	7	2	0	1	5	3	4
1	2	0	4	5	3	7	8	6
4	5	3	7	8	6	1	2	0
7	8	6	1	2	0	4	5	3

0	3	6	2	5	8	1	4	7
1	4	7	0	3	6	2	5	8
2	5	8	1	4	7	0	3	6
3	6	0	5	8	2	4	7	1
4	7	1	3	6	0	5	8	2
5	8	2	4	7	1	3	6	0
6	0	3	8	2	5	7	1	4
7	1	4	6	0	3	8	2	5
8	2	5	7	1	4	6	0	3

Application IV: 군통신용 코드 설계

1	2	3	4	5	6	7	8	9	a
2	4	6	8	a	1	3	5	7	9
3	6	9	1	4	7	a	2	5	8
4	8	1	5	9	2	6	a	3	7
5	a	4	9	3	8	2	7	1	6
6	1	7	2	8	3	9	4	a	5
7	3	a	6	2	9	5	1	8	4
8	5	2	a	7	4	1	9	6	3
9	7	5	3	1	a	8	6	4	2
a	9	8	7	6	5	4	3	2	1



Hong-Yeop Song, "Total Number of Tuscan Squares of order n," **The R. C. Bose Memorial Conference on Statistical Design and related Combinatorics,** Colorado State University, in Fort Collins, Colorado, June 7-11, 1995.

Hong-Yeop Song and **Jeffrey H. Dinitz**, "Tuscan Squares," Part IV, Chapter 48 of **CRC Handbook of Combinatorial Designs**, edited by Charles J. Colbourn and Jeffrey H. Dinitz, CRC Press, pp. 480-484, 1996.

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- 라틴방진의 응용 4가지
- **최석정의 9차 직교라틴방진의 특성**
- 요약 및 참고문헌

특성 1.

마방진을 생성한다

월간 과학동아, 2008년 8월호, 강석기 기자

(REALLY?)

Proof of the constant row-sums and column-sums:

$$\text{any row sum } = n\sum_{p}(p-1)+\sum_{q} q = \text{ any column sum}$$

Question: What about the diagonal sums?

Will it work for ANY pair of orthogonal Latin squares of order n ?

Consider, for example, the earlier example of POLS of order 4.

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

1 1	2 2	3 3	4 4
2 3	1 4	4 1	3 2
3 4	4 3	1 2	2 1
4 2	3 1	2 4	1 3

4(**p**-1)+**q**

We call it a canonical map

1	**6**	**11**	**16**
7	**4**	**13**	**10**
12	**15**	**2**	**5**
14	**9**	**8**	**3**

column-sum = row-sum = 34 = magic constant

LR-diagonal-sum = 1+4+2+3 = **10**

RL-diagonal-sum = 13+14+15+16 = **58**

The above shows that the canonical map NOT ALWAYS constructs a magic square from a POLS.

Theorem [CD]: For any given pair of orthogonal Latin squares of order n, one can construct a (normal) **semi-magic** square of order n (by the canonical map).

It will be **magic** if either

1. Both diagonals are **transversals** in both Latin squares (called **double-diagonal** latin squares), **or**
2. n=odd and **two of the four diagonals of the squares are constant and equal to (n+1)/2.**

최석정이 만든 9차 그레코-라틴방진

'구수략'에 소개된 9차 그레코-라틴방진(왼쪽). 각 성분의 첫째 수 p에서 1을 빼고 9를 곱한 뒤 둘째 수 q를 더한 값을 가진 배열을 만들면 9차 마방진(오른쪽)이 된다.

5 1	6 3	4 2	8 7	9 9	7 8	2 4	3 6	1 5
4 3	5 2	6 1	7 9	8 8	9 7	1 6	2 5	3 4
6 2	4 1	5 3	9 8	7 7	8 9	3 5	1 4	2 6
2 7	3 9	1 8	5 4	6 6	4 5	8 1	9 3	7 2
1 9	2 8	3 7	4 6	5 5	6 4	7 3	8 2	9 1
3 8	1 7	2 9	6 5	4 4	5 6	9 2	7 1	8 3
8 4	9 6	7 5	2 1	3 3	1 2	5 7	6 9	4 8
7 6	8 5	9 4	1 3	2 2	3 1	4 9	5 8	6 7
9 5	7 4	8 6	3 2	1 1	2 3	6 8	4 7	5 9

$\xrightarrow{9(p-1)+q}$

37	48	29	70	81	62	13	24	5
30	38	46	63	71	79	6	14	22
47	28	39	80	61	72	23	4	15
16	27	8	40	51	32	64	75	56
9	17	25	33	41	49	57	65	73
26	7	18	50	31	42	74	55	66
67	78	59	10	21	2	43	54	35
60	68	76	3	11	19	36	44	52
77	58	69	20	1	12	53	34	45

n=odd=9 and two of the four diagonals of the squares are constant and equal to (n+1)/2 = 5

특성 2.

대칭성이 있다

최석정의 9차 직교라틴방진

5	6	4	8	9	7	2	3	1
4	5	6	7	8	9	1	2	3
6	4	5	9	7	8	3	1	2
2	3	1	5	6	4	8	9	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	2	6	4	5	9	7	8
8	9	7	2	3	1	5	6	4
7	8	9	1	2	3	4	5	6
9	7	8	3	1	2	6	4	5

1	3	2	7	9	8	4	6	5
3	2	1	9	8	7	6	5	4
2	1	3	8	7	9	5	4	6
7	9	8	4	6	5	1	3	2
9	8	7	6	5	4	3	2	1
8	7	9	5	4	6	2	1	3
4	6	5	1	3	2	7	9	8
6	5	4	3	2	1	9	8	7
5	4	6	2	1	3	8	7	9

Rows are palindromes.

특성 3.

Kim&Prasanna의 직교라틴방진과 사실상 같다

Choi's POLS of order 9 (1715, KOO-SOO-RYAK) for magic square

5	6	4	8	9	7	**2**	**3**	**1**
4	5	6	7	8	9	**1**	**2**	**3**
6	4	5	9	7	8	**3**	**1**	**2**
2	**3**	**1**	5	6	4	8	9	7
1	**2**	**3**	4	5	6	7	8	9
3	**1**	**2**	6	4	5	9	7	8
8	9	7	**2**	**3**	**1**	5	6	4
7	8	9	**1**	**2**	**3**	4	5	6
9	7	8	**3**	**1**	**2**	6	4	5

1	3	2	7	9	8	**4**	**6**	**5**
3	2	1	9	8	7	**6**	**5**	**4**
2	1	3	8	7	9	**5**	**4**	**6**
7	**9**	**8**	4	6	5	1	3	2
9	**8**	**7**	6	5	4	3	2	1
8	**7**	**9**	5	4	6	2	1	3
4	6	5	**1**	**3**	**2**	7	9	8
6	5	4	**3**	**2**	**1**	9	8	7
5	4	6	**2**	**1**	**3**	8	7	9

palindromic pair

- **NOT Sudoku**
- **Leads to a magic square by the canonical map**

Kim and Prasanna's POLS of order 9 (1993, IEEE Trans P.D.S) for parallel access

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	0	1	2
6	7	8	0	1	2	3	4	5
2	0	1	5	3	4	8	6	7
5	3	4	8	6	7	2	0	1
8	6	7	2	0	1	5	3	4
1	2	0	4	5	3	7	8	6
4	5	3	7	8	6	1	2	0
7	8	6	1	2	0	4	5	3

0	3	6	2	5	8	1	4	7
1	4	7	0	3	6	2	5	8
2	5	8	1	4	7	0	3	6
3	6	0	5	8	2	4	7	1
4	7	1	3	6	0	5	8	2
5	8	2	4	7	1	3	6	0
6	0	3	8	2	5	7	1	4
7	1	4	6	0	3	8	2	5
8	2	5	7	1	4	6	0	3

symmetric pair

- **Sudoku**
  - **All the 3 x 3 window sum is equal to the magic constant.**
- **Leads to a magic square by the canonical map**

PROOF that
Choi's and K&P's are not essentially different

Start with this **(CHOI)**

5	6	4	8	9	7	2	3	1
4	5	6	7	8	9	1	2	3
6	4	5	9	7	8	3	1	2
2	3	1	5	6	4	8	9	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	1	2	6	4	5	9	7	8
8	9	7	2	3	1	5	6	4
7	8	9	1	2	3	4	5	6
9	7	8	3	1	2	6	4	5

Row permutation:

4	5	3	7	8	6	1	2	0
3	4	5	6	7	8	0	1	2
5	3	4	8	6	7	2	0	1
1	2	0	4	5	3	7	8	6
0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0	1	5	3	4	8	6	7
7	8	6	1	2	0	4	5	3
6	7	8	0	1	2	3	4	5
8	6	7	2	0	1	5	3	4

0	1	2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	0	1	2
6	7	8	0	1	2	3	4	5
2	0	1	5	3	4	8	6	7
5	3	4	8	6	7	2	0	1
8	6	7	2	0	1	5	3	4
1	2	0	4	5	3	7	8	6
4	5	3	7	8	6	1	2	0
7	8	6	1	2	0	4	5	3

Symbol substitution:

$1 \rightarrow 0$
$2 \rightarrow 1$
$3 \rightarrow 2$
$4 \rightarrow 3$
$5 \rightarrow 4$
$6 \rightarrow 5$
$7 \rightarrow 6$
$8 \rightarrow 7$
$9 \rightarrow 8$

End up with this **(K&P)**

Thus, they are NOT essentially different!!!

발표 목차

- 시작하면서
  - 2008년 8월호 월간 과학동아 기사
  - 2013년 과학기술 명예의전당 헌정자 공적보고서
- 300여년전 시작된 이야기
- 마방진, 라틴방진, 직교라틴방진 소개
- 라틴방진의 응용 4가지
- 최석정의 9차 직교라틴방진의 특성
- **요약 및 참고문헌**

발표 요약

- 라틴방진의 역사는 매우 오래되었지만, 직교라틴방진의 개념은 오일러가 세계 최초로 생각한 것으로 지금까지 알려져 있었음. 오일러는 마방진을 만들기 위해 이러한 직교라틴방진을 도입했음
- **이보다 최소한 61년 앞서 조선의 최석정이 9차 직교라틴방진을 만들어서 이를 가지고 9차 마방진을 생성하였다는 기록이 있음**
  - 이를 언급한 (세계)최초의 논문은 1993년 국내 논문 **(KAIST 한상근교수)**
  - 이를 언급한 해외 최초의 문헌은 2007년 출간된 "Handbook of Combinatorial Designs" 2nd ed., Chapman Hall & CRC **(연세대 송홍엽교수)**
  - 2013년, 대한민국 과학기술 명예의 전당에 최석정 헌정 **(서울대 김도한교수 등등)**
- **최석정의 9차 직교라틴방진의 특성**
  - construct a magic square of order 9 using the canonical map
  - symmetry
  - NOT essentially different with those by **Kim & Prasanna (1993)**
- **라틴방진/직교라틴방진의 응용**
  - 마방진 생성/ 스도쿠 생성
  - **이동통신용 채널코드 설계**
  - **병렬 접속 네크워크 설계**
  - **군통신용 코드 설계**
  - 실험계획

What's next ?

Articles related with Choi Seok-Jeong (최석정 관련 자료 모음) http://coding.yonsei.ac.kr/csj.htm

Domestic (국내발표)

- 최석정, 구수략 (목판본), ~1715. <연세대학교 학술정보원 국학자료실(중앙도서관 5층), 고서(이춘호) 510.95 최석정 구 -1 >
- 최석정, 구수략 – 조선시대 산학총서, 정해남, 허민 옮김, 교우사, 2006.
- 오윤용, 한상근, "최석정과 그의 마방진," 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 1993년 6월호.
- 한상근, 우리나라 수학이야기:조선시대 최석정, 서울대학교 수리과학부 소식지, 2010년 12월.
- 한상근, "최석정과 그의 구수략," 한국수학교육학회 소식지, 1998년 4월호
- 강석기, "오일러 앞지른 최석정 - 직교라틴방진 기록한 최초의 문헌 구수략," 과학동아 2008년 8월호.
- 김성숙, 강미경, "최석정의 직교라틴방진," 한국수학사학회지 제23권 제3호 (2010년 8월) 21–31.
- 송홍엽, "Choi's orthogonal Latin Squares is at least 61 years earlier than Euler's," 서울대학교 수리과학부 ε강연, 2011년 3월, 서울대학교.
- 송홍엽, "최석정 선생, 오일러를 최소 61년 앞서 직교라틴방진을 만들다," 대한수학회 소식지, 2013년 9월호.
- 김영욱, "최석정, 17세기의 영의정 수학자," 대한수학회 소식지 2013년 9월호.
- 송홍엽, "오일러를 앞선 최석정의 오일러방진," 정보와통신, 한국통신학회 학회지, 2013년 10월호.
- 송홍엽, "오일러를 앞선 최석정의 오일러방진," 한국수학사학회 가을 학술발표회, 성균관대학교, 2013년 11월 23일.

International (해외발표)

- L. Euler, Recherches sur une nouvelle espece de quarres magiques (Investigations on a new type of magic squares), presented to the St. Petersburg Academy on March 8, 1776, and published in Verhandelingen uitgegeven door het zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Vlissingen 9, Middelburg 1782, pp. 85-239.
- C. Colbourn and J. Dinitz (co-editors), Handbook of Combinatorial Designs, 1st edition, CRC Press, 1996, 2nd edition, Chapman & Hall/CRC, 2007.
- H.-Y. Song, "Choi's orthogonal Latin Squares is at least 67 years earlier than Euler's," 2008 Global KMS International Conference, 2008. 10. JEJU ICC, KOREA.
- K.-W. Lih, "A Remarkable Euler Square before Euler," Math. Mag. Vol. 83, No. 3, pp. 163-167, 2010.
- **H.-Y. Song, "Euler Square in Korea before Euler," in preparation for Journal of Combinatorial Designs.**

관련 기타자료

- E. T. Parker, "Orthogonal Latin Squares," Proceedings of National Academy of Sciences, 1959.
- J. Dénes and A. D. Keedwell, Latin squares and their applications, Academic Press, 1974.
- Hong-Yeop Song and Jeffrey H. Dinitz, "Tuscan Squares," Part IV, Chapter 48 of The CRC Handbook of Combinatorial Designs, edited by C. J. Colbourn and J. H. Dinitz, CRC Press, pp. 480-484, 1996.
- 김동진, 오영환, "지수귀문도의 특성 및 해를 구하는 알고리즘," 한국정보과학회 봄 학술발표회 논문집, 1989.
- 전용훈, "수학사의 미스터리 마방진," 과학동아 1999년 7월호.
- 문병도, "지수귀문도 해결의 열쇠 유전자 알고리즘," 과학동아 2003년 7월호.
- 박경미, 수학 콘서트, 동아시아, 2006

라틴방진 응용 자료

- D.-S. Kim, H.-Y. Oh, and H.-Y. Song, "Collision-free Interleaver composed of a Latin Square Matrix for Parallel-architecture Turbo Codes," IEEE Communications Letters, vol. 12, Issue 3, pp. 203-205, March 2008.
- K. Kim and V. K. Prasanna, "Latin Squares for Parallel Array Access," IEEE Transactions and Parallel and Distributed Systems, vol. 4, Issue 4, pp. 361-370, April 1993.
- Hong-Yeop Song, "Total Number of Tuscan Squares of order n," The R. C. Bose Memorial Conference on Statistical Design and related Combinatorics, Colorado State University, in Fort Collins, Colorado, June 7-11, 1995.
- Robert Mandl, "ORTHOGONAL LATIN SQUARES: AN APPLICATION OF EXPERIIWEUT DESIGN TO COMPILER TESTING," Communications of the ACM, vol. 28, no. 10, Oct. 1985.