

분산 저장 시스템을 위한 완전 그래프 기반 부분접속복구 부호

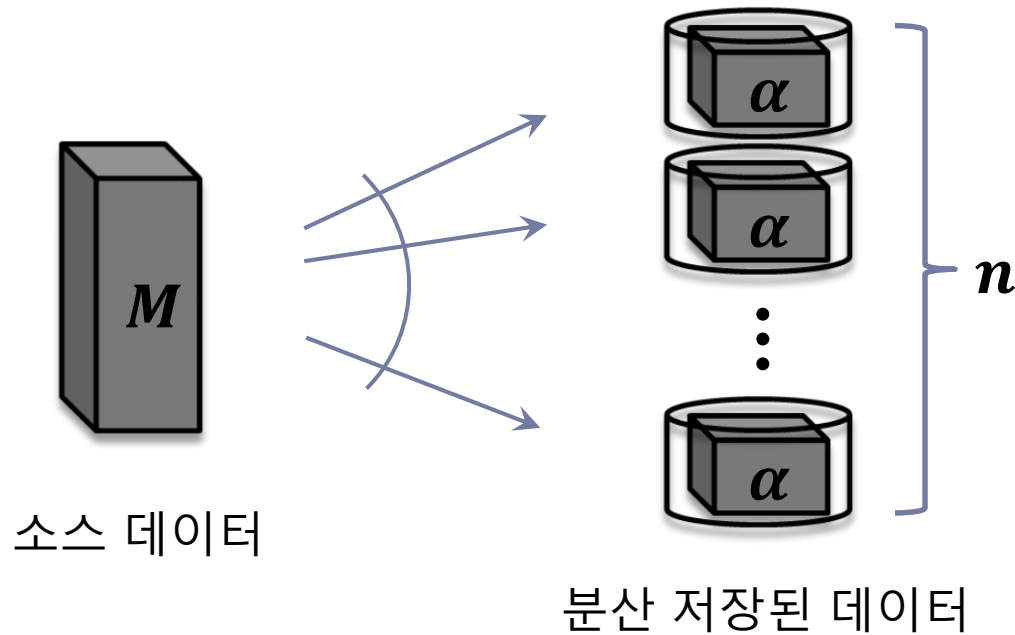
김정현, 남미영, 박진수, 박다빈, 송홍엽
연세대학교, 통신 신호 설계 연구실

2015 / 06 / 25

2015 한국통신학회 하계종합학술발표회

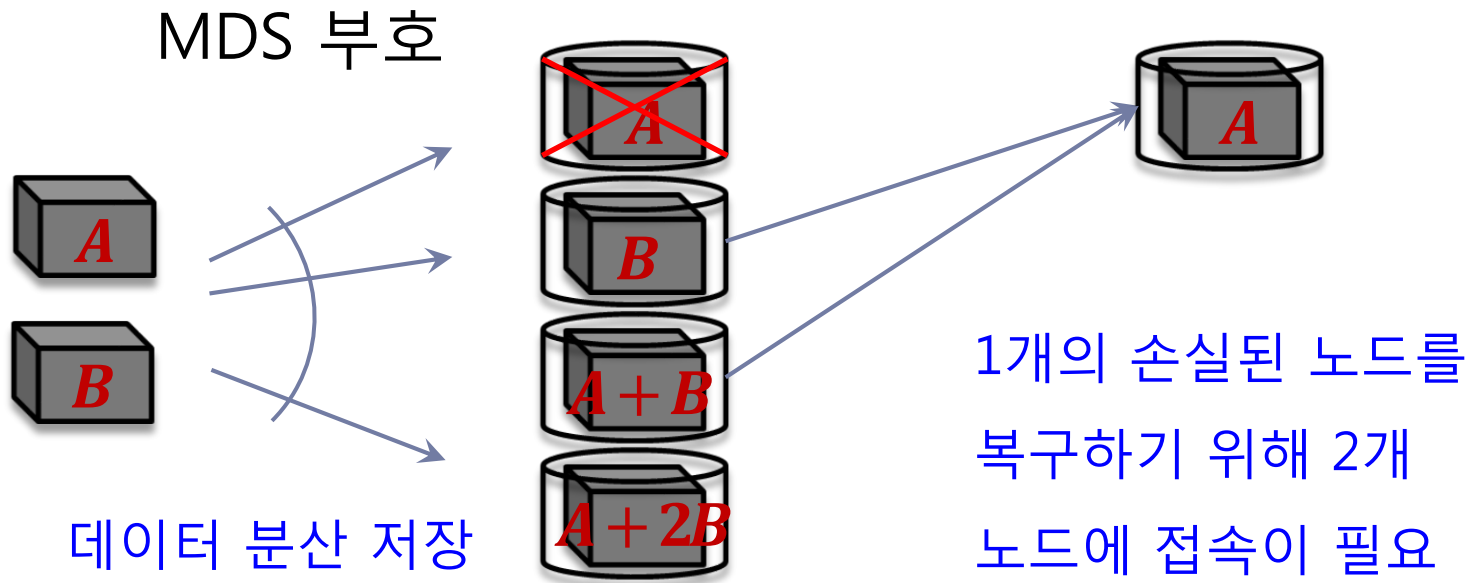
분산 저장 시스템

- 데이터를 분할하여 다수의 노드에 분산 저장
 - 하드웨어 결함, 소프트웨어 업데이트 등으로 빈번한 노드 손실 발생



부분접속수

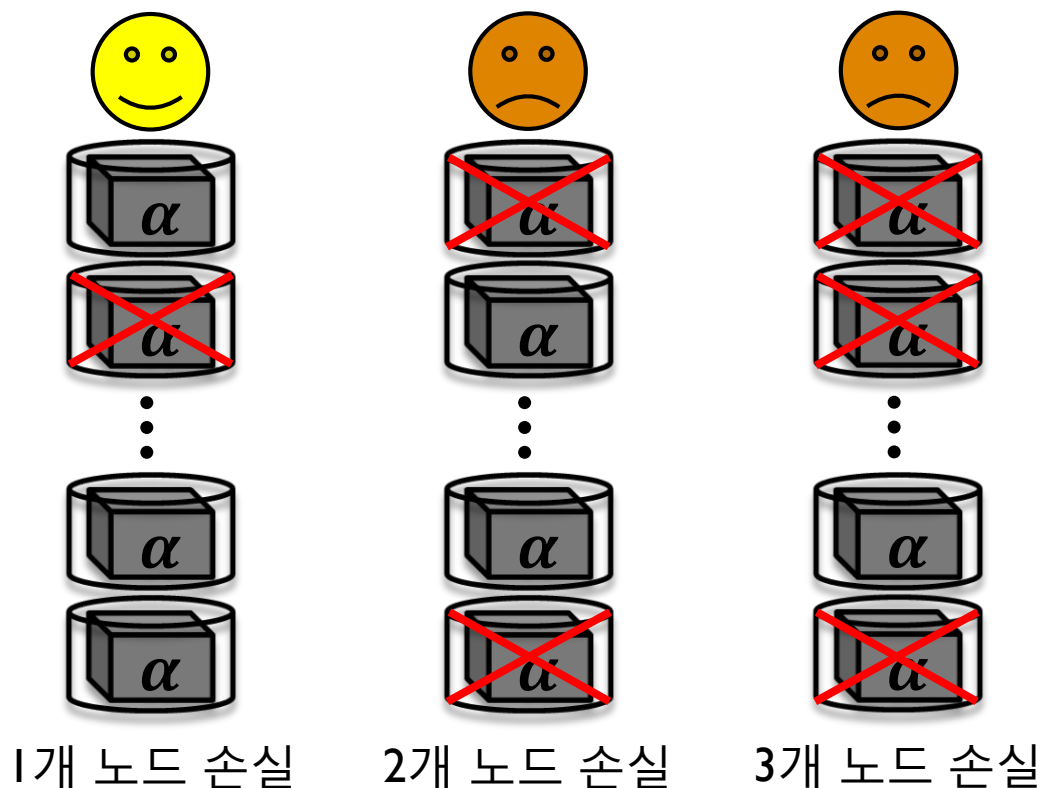
- 손실된 노드 복구를 위해 필요한 최소 노드 수
 - l 개 노드 손실 시 필요한 최소 노드 수를 r_l 로 표시
 - 기존 MDS 부호는 부분접속수 측면에서 최적화되지 못함



결합 부분접속수

- 두 가지 이상의 특정 개수의 노드 손실에 대해 이를 복구하기 위해 접속해야 하는 최소 노드의 수

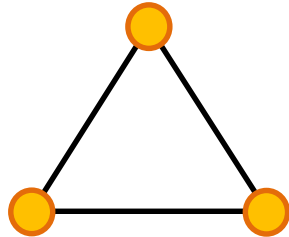
기존 부호들은 한 가지 특정 개수의 노드 손실에 대해서만 최적화 됨 (대부분 1개 노드 손실)



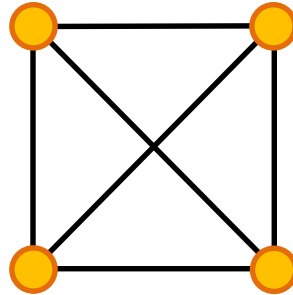
- k 개의 점과 모든 점의 쌍을 선으로 연결한 단순 그래프
 - 완전그래프에서 선의 개수는 $k(k - 1)/2$ 개



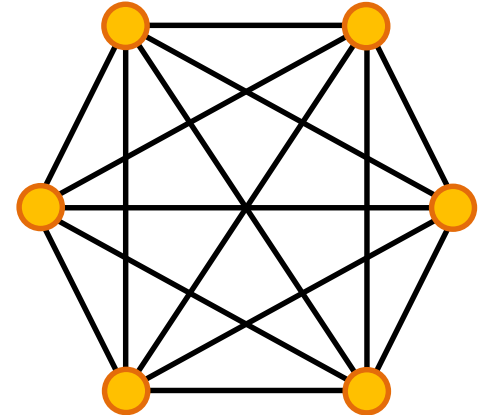
$$k = 2$$



$$k = 3$$



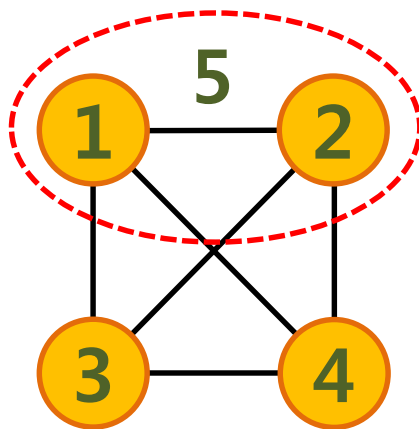
$$k = 4$$



$$k = 6$$

완전그래프 기반 부분접속복구 부호

부호 생성 방법: k 개의 점으로 구성된 완전그래프에서 각 점을 정보 심볼에 각 선을 패리티 심볼에 대응시키면 $[k(k+1)/2, k, d]_2$ 완전그래프 기반 부분접속복구 부호가 생성됨

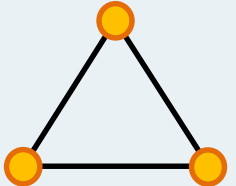
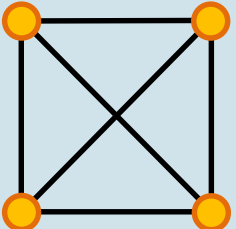
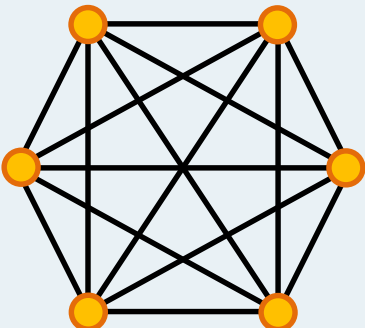


$k = 4$

$$\begin{matrix}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
 \end{pmatrix}
 \end{matrix}$$

$[10, 4, 4]_2$ 부호 생성 행렬



Codes	Graphs	Generator matrices
$[3, 2, 2]_2$ code		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$[6, 3, 3]_2$ code		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$[10, 4, 4]_2$ code		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$[21, 6, 6]_2$ code		$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$



완전그래프 기반 부분접속복구 부호

정리 1. $\mathcal{C}$ 는 $[k(k+1)/2, k, d]_2$ 완전그래프 기반 부분접속복구 부호라 하자. 그러면 $\mathcal{C}$ 의 최소거리 d 는 k 이다.

정리 2. $\mathcal{C}$ 는 $[k(k+1)/2, k, k]_2$ 완전그래프 기반 부분접속복구 부호라 하자. 그러면 다음이 성립한다.

- 1) $k \geq 2$ 일 때, $r_1 = 2$. 1개 노드 손실 시 2개 노드 필요
- 2) $k \geq 3$ 일 때, $r_2 = 3$. 2개 노드 손실 시 3개 노드 필요



- 분산 저장 시스템에서 결합 부분접속수를 정의
- 결합 부분접속수를 고려한 최초의 부호 설계
- 그래프를 기반으로 부호 생성 및 분석 단순화