

랜덤 이진 정방 행렬의 랭크 분포에 관한 연구

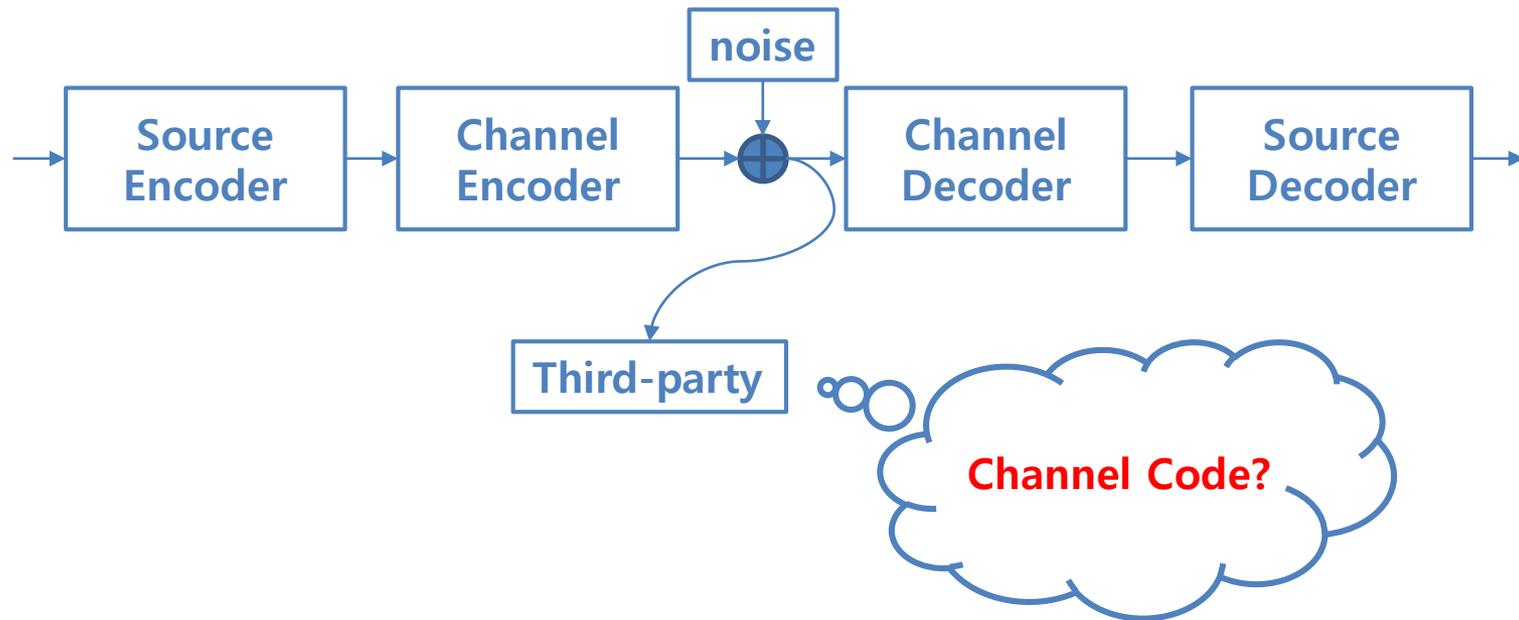
김인선, 박기현, 송민규, 송홍엽
연세대학교, 통신 신호 설계 연구실

2015 / 06 / 25

2015 한국통신학회 하계종합학술발표회

- 채널 코드 식별 문제

- Third party가 획득한 bitstream으로부터 송신부에 사용된 채널 코드를 식별하는 문제



- Linear code: NP-hard [1]

[1] Antoine Valembois. "Detection and recognition of a binary linear code," Discrete Applied Mathematics Vol. 111, Issues 1–2, pp. 199–218, July 2001.

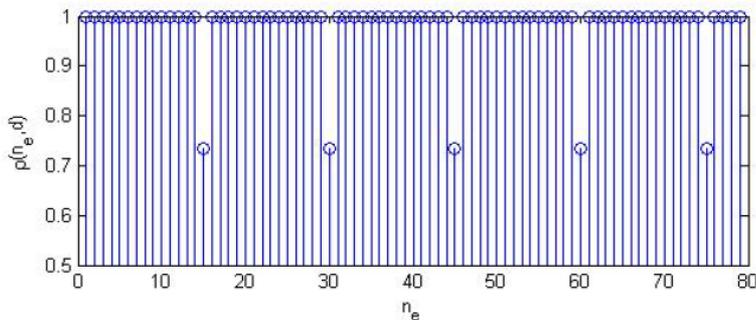
- 랭크 특성 기반 채널 코드 식별[4]

- Normalized rank criterion

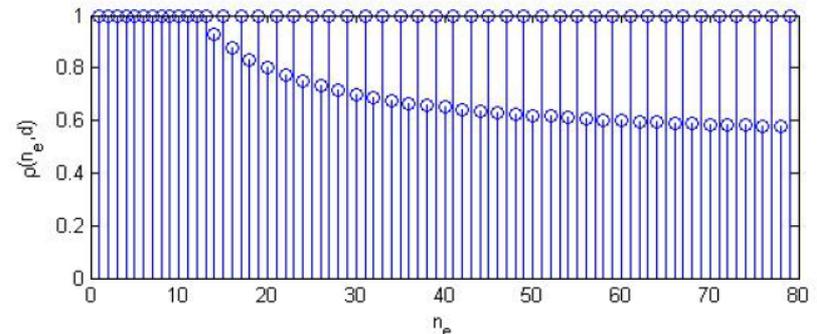
n : 사용된 채널 코드의 길이, d : 채널 코드의 시작점

n_e : 추정하는 채널 코드의 길이, d_e : 추정하는 채널 코드의 시작점

$$\rho(n_e, d_e) = \begin{cases} 1 & \text{if } n_e \neq \alpha n, \\ k/n \leq . \leq 1 & \text{if } n_e = \alpha n \text{ and } d_e \neq d, \\ k/n & \text{if } n_e = \alpha n \text{ and } d_e = d. \end{cases}$$



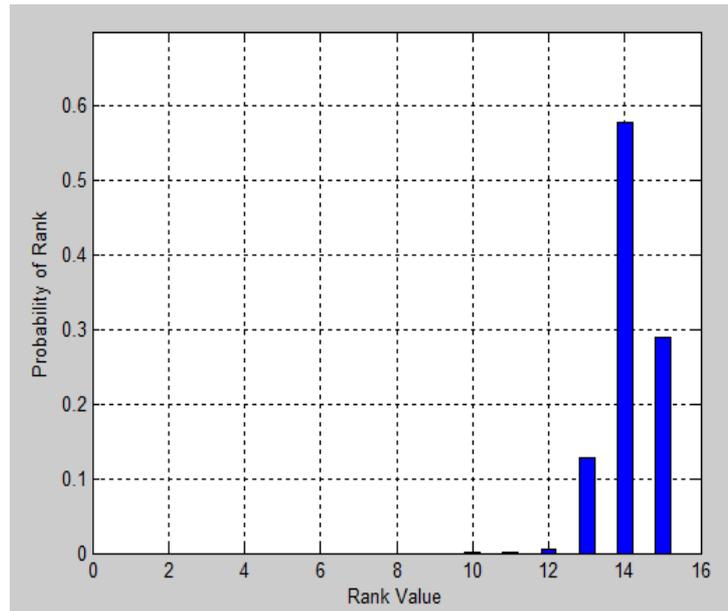
$d_e = d$ 일 때 BCH(15,11) 코드의 normalized rank



$d_e = d$ 일 때 Convolutional(171,131) 코드의 normalized rank

[4] J.Barbier and J.Letessier, "Forward error correcting codes characterization based on rank properties," in *Proc. 2009 IEEE International Conference on Wireless Communications & Signal Processing, WCSP 2009*, Nanjing, China. pp.1-5, 2009.

- 랜덤 이진 정방 행렬의 랭크 분포
 - 무한한 길이의 이진 비트스트림을 길이 n 인 벡터로 나눔
 - 랜덤 이진 정방 행렬을 만들고 행렬의 rank를 계산

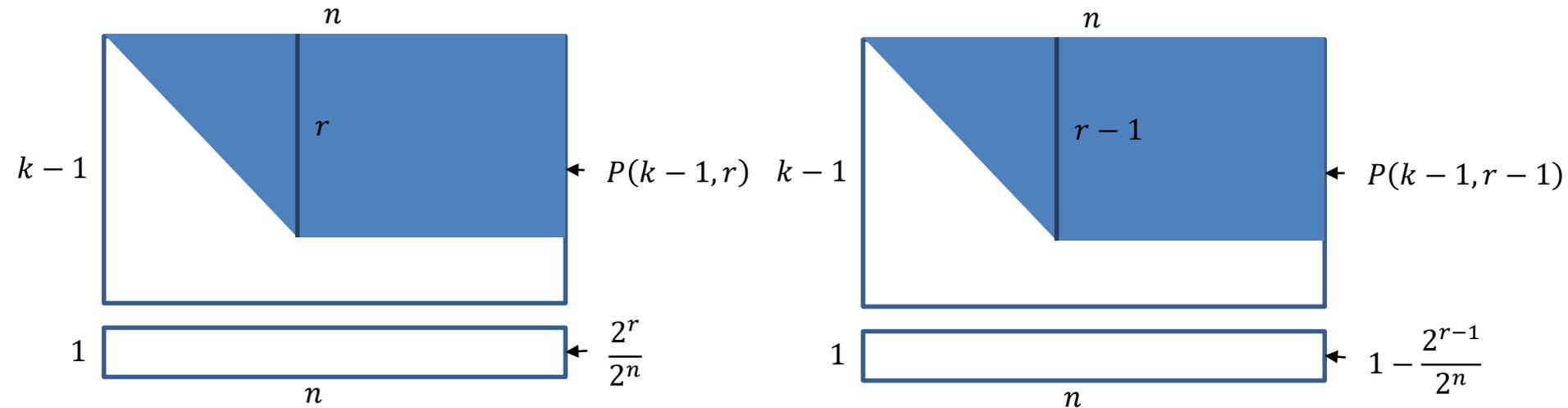


$n=15$ 일 때 시뮬레이션을 통한 랜덤 이진 행렬의 rank 분포

- 랜덤 이진 정방 행렬의 랭크 분포

$P(k, r)$: k by n matrix가 rank r 일 확률

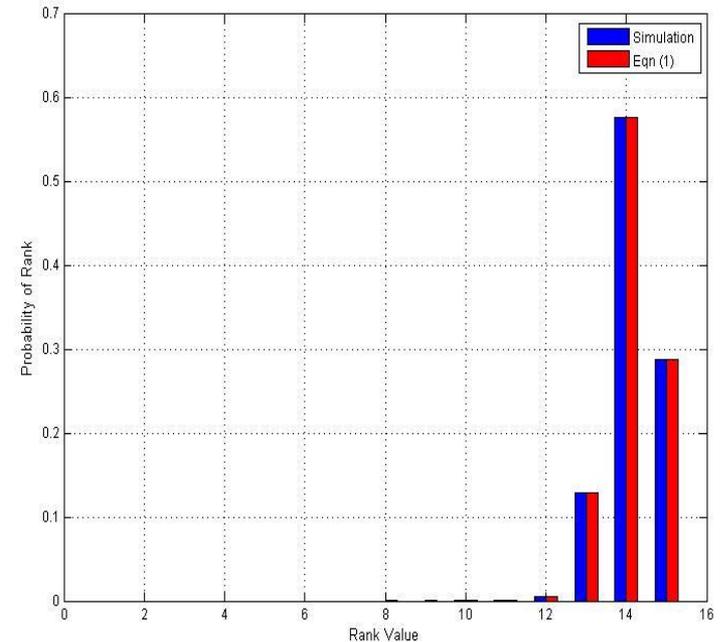
$$P(k, r) = P(k - 1, r) \times \frac{2^r}{2^n} + P(k - 1, r - 1) \times \left(1 - \frac{2^{r-1}}{2^n}\right)$$



- 랜덤 이진 정방 행렬의 랭크 분포
 - 수식을 통한 확률 분포표와 시뮬레이션과 비교

r	$Pr(n = 5, r)$	$Pr(n = 10, r)$	$Pr(n = 15, r)$
n	0.298004	0.289070	0.288797
$n - 1$	0.577383	0.577576	0.577576
$n - 2$	0.120288	0.128100	0.128342
$n - 3$	0.004296	0.005208	0.005238
$n - 4$	$2.864 \cdot 10^{-5}$	$4.593 \cdot 10^{-5}$	$4.655 \cdot 10^{-5}$
$n - 5$	$2.980 \cdot 10^{-8}$	$9.410 \cdot 10^{-8}$	$9.682 \cdot 10^{-8}$
$n - 6$		$4.59 \cdot 10^{-11}$	$4.87 \cdot 10^{-11}$

랜덤 길이의 정방행렬의 rank 확률 분포



수식과 시뮬레이션을 통한 랜덤 이진 정방 행렬의 rank 확률 분포



결론



- 랜덤 이진 정방 행렬의 랭크 분포는 대부분 full rank
- 수식을 통해 확인한 값과 시뮬레이션을 통해 확인한 rank 분포가 매우 비슷함
- 실제 시스템에서 Rank 특성을 이용하여 채널 부호를 식별하는 방법에 대한 연구 추가 수행 필요

