



프로토타이프를 이용하는 Reed-Solomon 기반 Quasi-Cyclic LDPC Codes 설계

김인선, 송홍엽

연세대학교

2018년도 한국통신학회 하계종합학술발표회



1. 프로토타이프를 이용한 RS 기반 Quasi-Cyclic LDPC Codes 설계

▪ RS 기반 QC-LDPC Codes

- Reed-Solomon 코드의 패리티 검사 행렬을 이용하여 girth가 8이 되는 QC-LDPC 설계 방법이 소개됨[1]
- $GF(2^s)$ 에서의 RS 코드의 패리티 검사 행렬

$$B_{RS}(d, n) = \begin{bmatrix} 1 & \beta & \dots & \beta^{n-1} \\ 1 & \beta^2 & \dots & (\beta^2)^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \beta^d & \dots & (\beta^d)^{n-1} \end{bmatrix}$$

- RS기반 QC-LDPC의 패리티 검사 행렬

$$H_{RS}(d, n) = \begin{bmatrix} H_{0,0} & H_{0,1} & \dots & H_{0,n-1} \\ H_{1,0} & H_{1,1} & \dots & H_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{d-1,0} & H_{d-1,1} & \dots & H_{d-1,n-1} \end{bmatrix}$$

- $H_{i,j}$ 는 크기가 $r \times r$ 인 단위 행렬을 $B_{RS}(i, j)$ 의 원소값만큼 순환 이동시킨 행렬을 의미
- 설계된 RS 기반 QC-LDPC 코드는 girth가 최소 6 이상임[1].
- Girth가 8 이상인 RS기반 QC-LDPC 설계 방법[1]
 - $B_{RS}(d, n)$ 의 t 개의 열을 선택하여 행렬 $B_{RS}(d, t)$ 을 만듦
 - $\Lambda_t = \{l_1, l_2, \dots, l_t\}$: 선택한 t 개의 열 index set
 - Λ_t 의 임의의 3개 원소 $(l_{i_1}, l_{i_2}, l_{i_3})$ 이 다음 식을 만족

2. 실험 결과 및 결론

- 프로토타이프 이용하여 RS 기반 QC-LDPC 코드를 설계하고 성능을 살펴보기 위하여 Bit Error Rate(BER)을 측정
- 성능 비교를 위해 본래 [1]에서 제안된 RS기반 QC-LDPC 코드의 BER을 비교
- $GF(2^8)$ 에서 RS 패리티 검사 행렬 $B_{RS}(4, 85)$ 를 이용함
- 8개의 원소를 갖는 집합

$$\Lambda_8 = \{2, 5, 7, 13, 20, 32, 54, 60\}$$

을 이용하여 서브행렬 $B_{RS}(4, 8)$ 를 생성

- 생성한 패리티 검사 행렬 $H_{RS}(4, 8)$ 은 길이가 2040이고 부호율인 $\frac{1}{2}$ 인 RS기반 QC-LDPC 코드의 패리티 검사 행렬이 됨 ($r = 255$)
- 2가지의 프로토타이프의 무게 행렬 생성

$$wt(H_{RS,1}(4, 8)) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Proto-RS-QC-LDPC Construction 1의 무게 행렬

$$wt(H_{RS,2}(4, 8)) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Proto-RS-QC-LDPC Construction 2의 무게 행렬

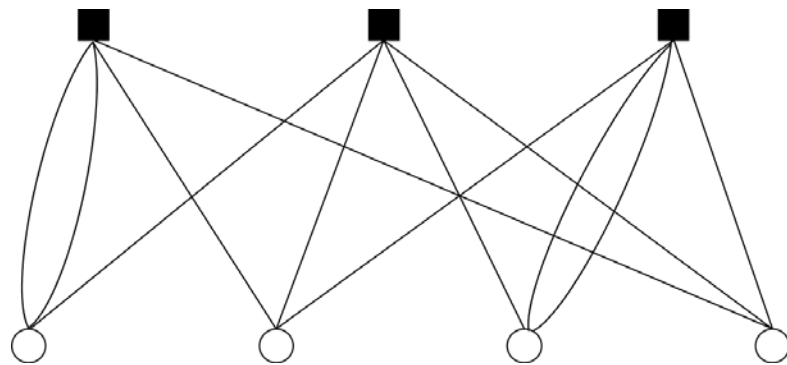
$$l_{i_3} \neq 2l_{i_2} - l_{i_1}, l_{i_3} \neq 3l_{i_2} - 2l_{i_1}, l_{i_3} \neq \frac{3l_{i_3} - l_{i_1}}{2},$$

$$n \nmid l_{i_2} + l_{i_3} - 2l_{i_1}, n \nmid l_{i_2} + 2l_{i_3} - 3l_{i_1}, n \nmid 2l_{i_2} + l_{i_3} - 3l_{i_1},$$

$$n \nmid 2l_{i_3} - l_{i_1} - l_{i_2}, n \nmid 3l_{i_3} - 2l_{i_1} - l_{i_2}, n \nmid 3l_{i_3} - l_{i_1} - 2l_{i_2},$$

프로토타그래프 기반 QC-LDPC Codes

- 작은 Tanner graph를 여러 번 복사 후 각 그래프의 선들을 교환하는 방식으로 설계
- QC-LDPC 코드의 최소 해밍 거리의 상한을 구하는 방법 및 최소 해밍 거리의 상한이 증가하도록 설계 방법 제시[2]



Example of Protograph of QC-LDPC codes

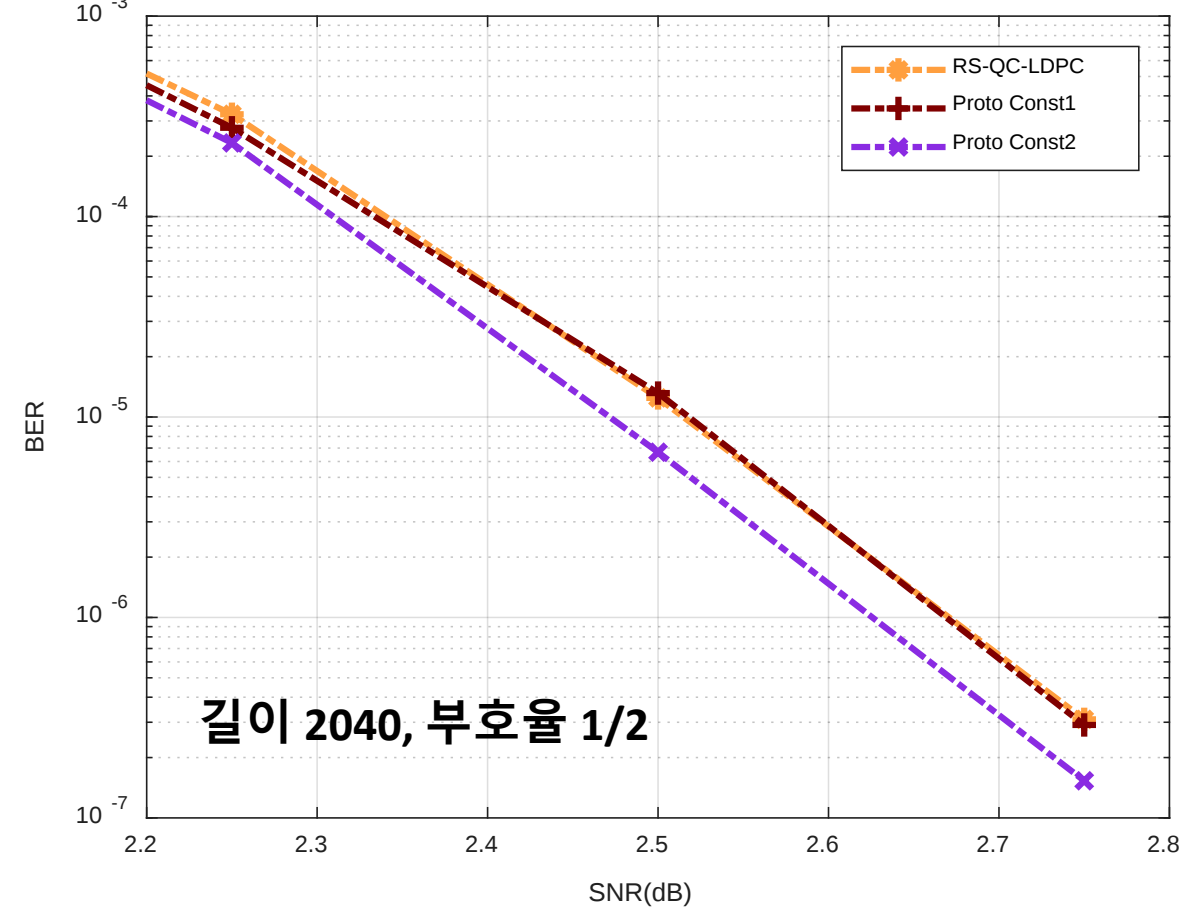
$$H = \begin{bmatrix} I_0 + I_1 & I_1 & 0 & I_2 \\ I_2 & I_0 & I_1 & I_2 \\ 0 & I_1 & I_0 + I_1 & I_1 \end{bmatrix}$$

Parity matrix of Protograph of QC-LDPC codes

$$wt(H) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Weight matrix

- Girth가 8인 RS 기반 QC-LDPC 패리티 검사 행렬에 프로토타그래프를 이용하여 새로운 QC-LDPC 코드의 패리티 검사 행렬을 설계



- 최소 해밍 거리 상한이 증가하는 프로토 그래프를 이용하여 기존의 RS 기반 QC-LDPC 코드보다 BER 측면에서 0.05dB 성능 이득
- 최소 해밍 거리 상한을 직접적으로 계산하여 설계한 Protograph based RS-QC-LDPC 코드 분석을 추가로 연구할 예정

참고 문헌

- [1] X. Xiao, W.E.Ryan, B.Vasic, S.Lin and K.Abdel-Ghaffar, "Reed-Solomon-Based Quasi-Cyclic LDPC Codes: Designs, Cycle Structure and Erasure Correction," Information Theory and its Application(ITA2018), Catamaran Resort, San Diego, Feb. 21-26, 2018.
- [2] R.Smarandache and P.O.Vontobel, "Quasi-Cyclic LDPC Codes: Influence of Proto- and Tanner-Graph Structure on Minimum Hamming Distance Upper Bounds," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 58, no.2, Feb. 2012.

