Reed-Solomon 프로덕트 코드의 이레이져 복호화기 성능분석

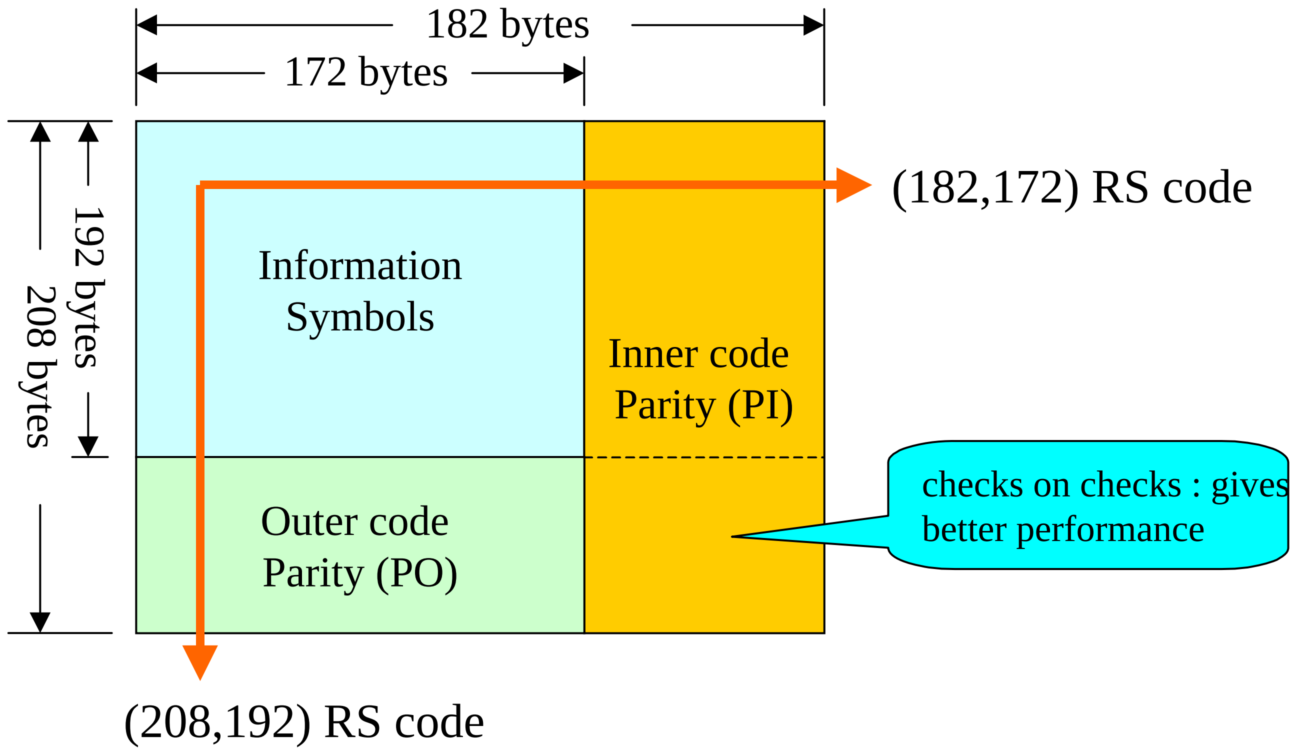
1999.10.28

연세대학교 대학원
전기 컴퓨터 공학과
장 정 환

<목 차>

◆ 연구동기 ◆

<DVD RS-product code configuration>



◆RS Code◆-Notation

▶ $GF(2^m)$ 상위에서의 선형블록부호

부호길이 : $n = 2^m - 1$ (symbols) = $m(2^m - 1)$ (bits)

정보장 : $k = n - 2t$ (symbols) = $m(n - 2t)$ (bits)

검사장 : $n - k = 2t$ (symbols) = $2mt$ (bits)

최소거리 : $d_{min} = 2t + 1$ (symbols)

부호율 : k/n

산발에러 정정능력 : $t = \lfloor \frac{(n - k + 1)}{2} \rfloor$ (MDS코드)

◆RS Code◆-Encoding

RS 코드의 부호화 과정

정보다항식 : $m(x) = m_0 + m_1 x + \cdots\cdots + m_{k-1} x^{k-1}$

부호화된 코드: $c(x) = p(x) + x^{n-k} m(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i$

◆RS Code◆ −Decoding

RS코드의 복호과정

◆Product Code◆

프로덕트 코드의 구조

◆Product Code◆-Notation

$C_1 : (n_1, k_1; d_{\min 1})$: t_1 심벌 에러 정정 코드 b_1 연집에러 정정코드

$C_2 : (n_2, k_2; d_{\min 2})$: t_2 심벌 에러 정정 코드 b_2 연집에러 정정코드

$C_{product} : (n_1 n_2, k_1 k_2; d_{\min 1} d_{\min 2})$

- 코드 $C_{product}$ 의 랜덤에러 정정능력 : $t = \left\lfloor \dfrac{(d_{\min 1} d_{\min 2} - 1)}{2} \right\rfloor$
- 코드 $C_{product}$ 의 연집에러 정정능력 : $B \geq \max(n_1 t_2, n_2 t_1)$

◆Product Code◆-시스템구성

프로덕트 코드의 부호화 복호화 구조

◆Product Code◆- 복호기 구조

<기존 복호기의 구조>

<제안한 복호기의 구조>

◆Product Code◆ – 이레이져 선언

<기존의 방법> <제안한 방법>

<예제>에러율이 낮을 때 – 행 3 개의 에러 정정가능 , 열 2 개의 에러 정정가능

<기존의 방법>

<제시한 방법>

<예제> 에러율이 높을 때 – 행 3 개의 에러 정정가능, 열 2 개의 에러 정정가능

<기존의 방법>

<제시한 방법>

◆성능 분석◆-산발오류채널

내부코드:

$$p_{ud_1} = p(\text{undetected} \mid E_r > e_{d_1})\, p(E_r > e_{d_1})$$

$$p(\text{undetected} \mid E_r > e_d) = \frac{q^{k_1}-1}{q^{n_1}} \sum_{j=0}^{e_{c_1}} \binom{n_1}{j} (q-1)^j$$

$$p(E_r > e_{d_1}) = \sum_{j=e_{d_1}+1}^{n_1} \binom{n_1}{j} p^j (1-p)^{n_1-j}$$

$$\therefore p_{ud_1} = \frac{q^{k_1}-1}{q^{n_1}} \sum_{j=0}^{e_{c_1}} \binom{n_1}{j} (q-1)^j \times \sum_{l=e_{d_1}+1}^{n_1} \binom{n_1}{l} p^l (p-1)^{n_1-l}$$

$$p_{c_1} = \sum_{j=0}^{e_{c_1}} \binom{n_1}{j} p^j (1-p)^{n_1-j}$$

$$p_{df_1} = 1 - p_{c_1} - p_{ud_1}$$

외부코드:

$$p_{c_2} = \sum_{i=0}^{\lfloor e_{c_2} + P_c \times n_2 \times p \rfloor} \binom{n_2}{i} p^{i} (1-p)^{n_2 - i}$$

$$p_{ud_2} = \frac{q^{k_2} - 1}{q^{n_2}} \sum_{j=0}^{e_{c_2}} \binom{n_2}{j} (q-1)^{j} \times \sum_{l=e_{d_2}+1}^{n_2} \binom{n_2}{l} p^{l} (1-p)^{n_2 - l}$$

$$p_{df_2} = 1 - p_{c_2} - p_{ud_2}.$$

심벌 에러 오류 확률은 p_{update} 로 갱신된다.

$$p_{update} \approx \max\left(\frac{p_{df_1}}{n_1}, \frac{p_{df_2}}{n_2} \right)$$

◆성능 분석◆-연집오류채널

연집오류 채널

G는 에러가 발생하지 않는 상태

B는 에러 발생가능성이 (1-h)인 상태

G->B 의 확률은 p_1

B->G 의 확률은 p_2

◆실험 방법◆

실험에 사용한 RS 프로덕트 코드는 다음과 같다.

사용한 코드 : (208,192)x(182,172) RS 프로덕트 코드 - DVD 환경

사용한 코드 : (64,60)x(32,30) RS 프로덕트 코드 - DVCR 환경

채널 환경 :

산발 오류 채널 : 비트 에러 확률을 $0 \sim 10^{-3}$ 까지 변화

연집 오류 채널 : p_1은 G->B로 변할 확률 p_2 는 B->G로 변할 확률

$(1-h)$는 B상태에서 에러 발생 확률

$p_2 = 0.01$, $h = 0.5$ 로 고정

p_1 을 변화시켜($0 \sim 10^{-4}$) 가면서 연집 에러 발생

◆실험 결과◆-산발오류채널에서의 분석(1)

◆실험 결과◆-산발오류채널에서의 분석(2)

(64,60)x(32,30) 프로덕트 코드

◆실험 결과◆-연집오류채널에서의 분석(1)

(64,60)x(32,30) 프로덕트 코드

◆실험 결과◆-연집오류채널에서의 분석(2)

(208,192)x(182,172) 프로덕트 코드

◆결 론◆

▶ 리드-솔로몬 프로덕트 코드의 새로운 복호화기의 구조를 제안

▶ 제안한 복호화기 구조의 이레이져 발생 확률을 구함

→ 이레이져 선언시 신뢰도를 높임으로써 성능의 향상을 가지고 왔다.

→ 메시지의 에러율이 높을 때 이레이져 선언의 정확도를 높임

▶ 반복 복호화시에는 새로운 복호화기의 구조가 유리할 것으로 생각됨