레일리 페이딩 채널에서의
LDPC 부호의 성능분석

*김준성, *신민호, *송홍엽

2002년 7월 12일

*연세대학교 전기전자공학과 부호 및 정보이론 연구실

발 표 순 서

- 서 론
- 복호화 방법
  - ✓**LLR-BP** 알고리즘
  - ✓**UMP-BP** 알고리즘
  - ✓**Normalized-BP** 알고리즘
- 무상관 레일리 페이딩 채널에서의 표준화 인수 α
- 모의 실험 결과 및 고찰
- 결 론

서 론

- **Low Density Parity Check codes**
  - ✓1962년 Gallager에 의해 처음 제안됨
  - ✓패리티 검사 행렬 H의 원소들이 대부분 '0'인 선형 블록 부호
  - ✓확률적인 반복 복호 방법을 사용하여 Shannon의 채널 용량 한계에 근접하는 성능을 보임

- **LDPC** 부호의 복호의 복잡도를 줄이는 방법에 대한 연구
  - ✓**UMP-BP** 알고리즘**, LLR-BP** 알고리즘 **(J. Chen, M.P.C.Fossorier)**

    => 레일리 페이딩 채널 환경에서의 성능 분석

복호화 방법

❑ 채널 모델

✓BPSK 변조방식

✓Codeword : $\underline{c} = (c_1, c_2, \cdots, c_N)$

✓송신되는 sequence : $\underline{s} = (s_1, s_2, \cdots, s_N)$, $s_n = 2c_n - 1$, $n = 1, 2, \cdots, N$

✓수신된 신호 : $y_n = s_n + v_n$

v_n : mean 0, variance $\frac{N_0}{2}$ 인 랜덤변수

LLR-BP 알고리즘

❑ 파라미터

- ✓ F_n : 수신된 y_n 으로부터 얻어지는 bit n의 log-likelihood ratio

  여기서는 $F_n = \ln \dfrac{p(c_n = 1 \mid y_n)}{p(c_n = 0 \mid y_n)} = \dfrac{4}{N_0} y_n$
- ✓ L_{mn} : check node m에서 bit node n으로 가는 bit n의 log-likelihood ratio
- ✓ z_{mn} : bit node n에서 check node m으로 가는 bit n의 log-likelihood ratio
- ✓ z_n : 매번 반복 복호시에 계산되는 bit n의 a posteriori log-likelihood ratio
- ✓ $N(m) = \{n : H_{mn} = 1\}$: check m에 관여하는 bit의 집합
- ✓ $M(n) = \{m : H_{mn} = 1\}$: bit n에 관여하는 check의 집합
- ✓ $N(m) \setminus n$: bit n을 제외한 $N(m)$
- ✓ $M(n) \setminus m$: check n을 제외한 $M(n)$

LLR-BP 알고리즘

- 초기화 (Initialization)
  - ✓각각의 m, n에 대하여

$$z_{mn} = F_n$$

- 반복 복호 (Iterative processing)
  - ✓행 방향 (check node)

각각의 m, n에 대하여

$$T_{mn} = \prod_{n' \in N(m) \backslash n} \frac{1 - \exp(z_{mn'})}{1 + \exp(z_{mn'})}$$

$$L_{mn} = \ln \frac{1 - T_{mn}}{1 + T_{mn}}$$

LLR-BP 알고리즘

✓열 방향 (bit node)

각각의 m, n에 대하여

$$z_{mn} = F_n + \sum_{m' \in M(n) \backslash m} L_{m'n}$$

$$z_n = F_n + \sum_{m \in M(n)} L_{mn}$$

❑ Hard decision

(i) $\underline{\hat{c}} = [\hat{c}_n]$, $\quad \hat{c}_n = 1 \quad \text{if } z_n > 0$

$\hat{c}_n = 0 \quad \text{if } z_n < 0$

(ii) $H\underline{\hat{c}} = 0$ => $\underline{\hat{c}}$ 를 codeword로 결정, 반복 복호 끝냄

$H\underline{\hat{c}} \neq 0$ => 다시 반복 복호 수행

정해진 반복 복호 숫자까지 결과가 나오지 않을때 => 복호실패

UMP-BP 알고리즘

- 초기화 (Initialization)
  - ✓각각의 m, n에 대하여 $z_{mn} = y_n$
- 반복 복호 (Iterative processing)
  - ✓행 방향 (check node)

$$\sigma_{mn} = \begin{cases} 1, & if\ z_{mn} > 0 \\ 0, & if\ z_{mn} \le 0 \end{cases}$$

$$\sigma_m = \sum_{n \in N(m)} \sigma_{mn} \mod 2$$

$$T_{mn} = \prod_{n' \in N(m) \backslash n} \frac{1 - \exp(z_{mn'})}{1 + \exp(z_{mn'})} \approx (-1)^{\overline{\sigma_m \oplus \sigma_{mn}}} \frac{\exp(\min_{n' \in N(m) \backslash n} |z_{mn'}|) - 1}{\exp(\min_{n' \in N(m) \backslash n} |z_{mn'}|) + 1}$$

$$L_{mn} = (-1)^{\overline{\sigma_m \oplus \sigma_{mn}}} \min_{n' \in N(m) \backslash n} |z_{mn'}|$$

UMP-BP 알고리즘

✓열 방향 (bit node)

$$z_{mn} = y_n + \sum_{m' \in M(n) \backslash m} L_{m'n}$$

$$z_n = y_n + \sum_{m \in M(n)} L_{mn}$$

- Hard decision

(i) $\underline{\hat{c}} = [\hat{c}_n]$, $\quad \hat{c}_n = 1 \quad \text{if } z_n > 0$

$\hat{c}_n = 0 \quad \text{if } z_n < 0$

(ii) $H\underline{\hat{c}} = 0$ => $\underline{\hat{c}}$ 를 codeword로 결정, 반복 복호 끝냄

$H\underline{\hat{c}} \neq 0$ => 다시 반복 복호 수행

정해진 반복 복호 숫자까지 결과가 나오지 않을때 => 복호실패

Normalized-BP 알고리즘

- **LLR-BP 알고리즘과 UMP-BP 알고리즘의 차이점 분석**
  - ✓LLR-BP 알고리즘과 UMP-BP 알고리즘의 차이는 L_{mn}을 구하는 방법에 있음
  - ✓L_{mn_LLR}과 L_{mn_UMP}의 부호는 같고 크기는 L_{mn_UMP} 가 항상 더 크다

=> 표준화 인수 $\alpha = \dfrac{E(L_{mn\_UMP})}{E(L_{mn\_LLR})}$

=> $L_{mn} = (-1)^{\overline{\sigma_m \oplus \sigma_{mn}}} \min_{n' \in N(m) \backslash n} |z_{mn'}| / \alpha$

무상관 레일리 페이딩 채널에서의 표준화 인수 α

- 출력 ±1 인 **BPSK** 변조방식에서 레일리 페이딩 채널을 지난 출력 **y**에 대한 **conditional pdf**

=> $$p(y\,|\,a)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(y-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$

a : 표준화된 레일리 페이딩 인수, $E[a^2]=1,\ p(a)=2a\exp(-a^2)$

=> $$z_{mn}=\log\frac{P(x=0\,|\,y,a)}{P(x=1\,|\,y,a)}=\frac{2}{\sigma^2}y\cdot a$$

$$p(z_{mn})=\int_0^\infty\frac{\sigma}{2\pi}\exp\left(-\frac{(y-2a^2/\sigma^2)^2}{8a^2/\sigma^2}\right)\exp(-a^2)da$$

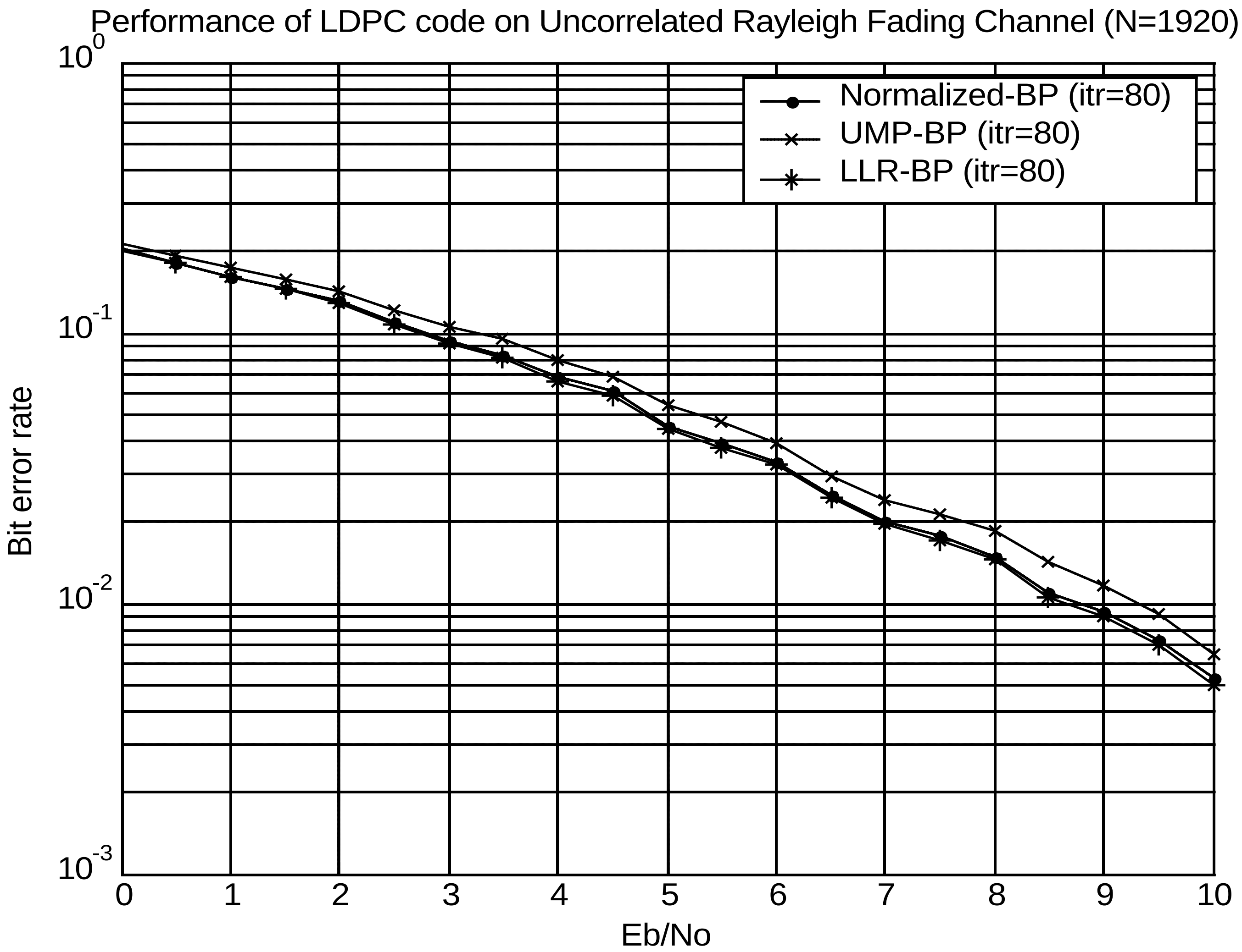
=> $$E[L_{mn\_LLR}]=2(m_1+m_3/3+m_5/5+\cdots)$$

$$E[L_{mn\_UMP}]=\int_0^\infty\left[\int_y^\infty 2p(z_{mn})dz_{mn}\right]^W dy$$

$$m_k=[E(\tanh(|z_{mn}|/2)^k)]^W,\quad W=(\text{행무게})-1$$

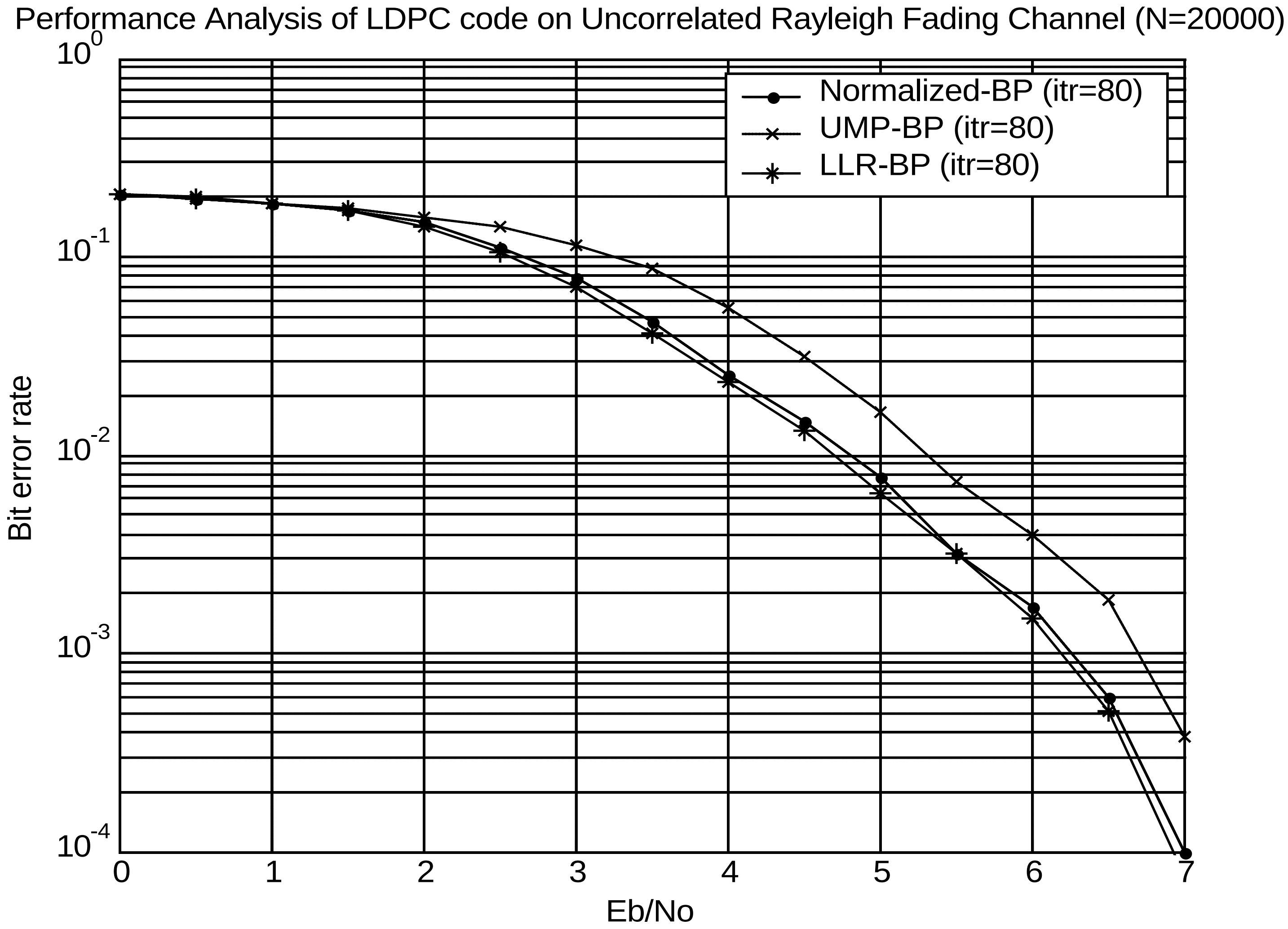
모의 실험 결과 및 고찰

❑ 길이 **1920**인 비균일 **LDPC** 부호의 성능



모의 실험 결과 및 고찰

❑ 길이 **20000**인 균일 **LDPC** 부호의 성능



모의 실험 결과 및 고찰

- 복호에 성공했을 경우의 평균 반복 복호 횟수

E_b/N_o 알고리즘`	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
LLR-BP	30.7	22.5	22.6	19.6	15.9	12.1	9.8	8.4
UMP-BP	17.0	15.7	16.4	16.0	13.0	11.0	10.2	8.6
Normalized-BP	32.1	22.7	22.7	20.8	16.1	13.0	10.8	8.5

결 론

- **UMP-BP** 알고리즘을 개선시킨 **Normalized-BP** 알고리즘은 레일리 페이딩 채널 환경에서도 **AWGN** 채널 환경에서와 마찬가지로 복호의 복잡도를 줄이면서 **LLR-BP** 알고리즘에 근접하는 성능을 가진다.